Feladatok matematika szakkörre

10. osztály

A Ceva-tétel és megfordításának közvetlen alkalmazásai

1. Az ABC háromszög beírt köre az oldalakat rendre az A_1, B_1, C_1 pontokban érinti. Bizonyítsuk be, hogy az AA_1, BB_1, CC_1 egyenesek egy pontban metszik egymást! (Gergonne-pont)

2. Az ABC háromszög a oldalát érintő hozzáírt köre érintési pontja legyen az a oldalon A_1, a b oldalegyenesen B_1, a c oldalegyenesen pedig C_1. Bizonyítsuk be, hogy AA_1, BB_1, CC_1 egy ponton mennek át!

3. Az ABC háromszög oldalait érintő hozzáírt körök érintési pontjait kössük össze a háromszög szemközti csúcspontjaival! Bizonyítsuk be, hogy ezek a transzverzálisok egy ponton mennek át! (Nagel-pont)

4. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög belső szögfelező egyenesei egy ponton mennek át!

5. Mutassuk meg Ceva tételének megfordításával, hogy a háromszög magasságvonalai ez pontban metszik egymást.

6. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög kerületfelező egyenesei egy ponton mennek át

7. Bizonyítsuk be, hogy ha AA1, BB1, CC1 Ceva-egyenesek, és mindegyiket tükrözzük a velük egy csúcsból induló szögfelezőre, akkor a tükörképek is egy pontra illeszkednek!

8. Igazoljuk, hogy a háromszög három szimmediánja egy ponton megy át! (Lemoine-pont)

9. Az ABC nem derékszögű háromszög középvonalaiból alkotott A1B1C1 háromszög oldalaira bocsássunk merőlegeseket az ABC háromszög A, B, C csúcsaiból. A merőlegesek talppontjai legyenek rendre A2, B2, C2. Bizonyítsuk be, hogy A1A2, B1B2, C_1C_2 egyenesek egy pontban metszik egymást!

Lányi Veronika tanárnő (Pécs) gyűjtése