

BUDAPESTI ÁLTALÁNOS ISKOLÁSOK MATEMATIKA VERSENYE

DÖNTŐ

2008-2009

1. Ádám és Pisti versenyt futnak 200 m-es távon. Ádám 20 m előnnyel győzi le Pistit. Ezután újra futnak, de Ádám 20 m-rel hátrébról indul. (Ugyanolyan sebességgel futnak, mint az előbb.) Most melyikük győz, és hány m előnnyel?

MEGOLDÁS:

A második futás alkalmával Ádám 20m-rel többet fut, azaz 220m-t összesen. _____ 1p
Amikor a 200m-t megtette, akkor Pisti is épp a 180m-en van túl – mint először-_____ 2p
mivel Ádám 20 m-rel hátrébról indult, ebben a pillanatban utoléri Pistit. _____ 2p
Most mindkettőnek 20 m van hátra. _____ 1p
Ádám fut gyorsabban, ezért ő győz. _____ 1p
Míg Ádám 200m-t tesz meg, addig Pisti 180-at, ezért míg Ádám 20m-fut, addig Pisti 18-at. 2p
Ádám tehát 2m-rel győzi le Pistit . _____ 1p

2.MEGOLDÁS:

Pisti sebessége $180/200=9/10$ -ed része Ádám sebességének. _____ 3p
Addig, míg Ádám megteszi a 220m-t Pisti tehát ennek $9/10$ -ed részét teszi meg, _____ 2p
ami ($220:10=22$, $22*9=198$) _____ 2p
198m. _____ 1p
Ezért Ádám győz ismét, _____ 1p
de csak 2 m-rel. _____ 1p

2. Hány olyan 1000-nél nem nagyobb pozitív egész szám létezik , amelyekben szerepel 1-es számjegy?

MEGOLDÁS:

1-től 1000-ig 1000 db szám van, ezekből elhagyva azokat, melyek nem tartalmazzak 1-est, megkapjuk a keresett számokat. _____ 3p
Az 1000-ben van 1-es, így legfeljebb 3-jegyűekkel kell számolnunk.
Ha az első két helyi értéken a 0-kat is megengedjük, úgy az egy- és kétjegyű számokat is figyelembe vesszük. _____ 3p
Mindhárom helyi értéken 0-9-ig az 1-es kivételével 9 féle számjegyet használhatunk, ez $9*9*9=729$ db szám, amely nem tartalmaz 1-est. _____ 2p
Ezek közt szerepel a 000 is, ami nem pozitív, ezért csak 728 db számot kell elhagynunk az 1000-ból. _____ 1p
 $1000-728=272$ db szám tartalmaz 1-est. _____ 1p

2.MEGOLDÁS:

Azokat számoljuk meg, melyekben van 1-es.

1-99-ig $1+10+8=19$ db _____ 2p
 ugyanennyi van 200-299-ig, 300-399-ig...900-999-ig, _____ 2p
 ez összesen $9*19=171$ db _____ 2p
 100-199-ig van 100 db. _____ 2p
 Ott van még az 1000 – ez 1 db. _____ 1p
 Összesen $171+100+1=272$ _____ 1p

3. Fekete Király, és Fekete Királynő ugyanabban a furcsa álombetegségben szenvednek: álmutban azt hiszik igaznak, ami hamis, és azt hiszik hamisnak, ami igaz. Amikor ébren vannak, mindketten tudják mi igaz, és mi hamis valójában.

Egy napon a Királynő ezt mondta:

- Tegnapelőtt éjjel, 11 órakor a Fekete Király azt hitte, hogy alszom. Én ekkor vagy azt hittem, hogy ő alszik, vagy azt, hogy nem. -

Meg tudod-e mondani, hogy melyiket?

MEGOLDÁS:

Ha a király aludt, akkor tévedett, így a királynő ébren volt. _____ 2p

Ekkor tehát helyesen hitte, hogy a király alszik. _____ 2p

Ha a király ébren volt, akkor jól hitte, hogy a királynő alszik. _____ 2p

Ekkor tehát az alvó királynő téved, ezért azt hiszi, hogy az ébren levő király alszik. _____ 2p

A király akár aludt, akár nem a királynő mindenképp úgy hitte, hogy alszik a király. _____ 2p

4. Egy 3x3-as pontrácsot rajzoltunk. (9 pont, négyzetrács csúcaiban elhelyezve 3-3 db soronként)

Hány olyan téglalap van, melynek minden csúcsa a 9 pont közül való?

MEGOLDÁS:

Legyen egy egység az egy sorban szomszédos pontok távolsága.

2 területegységnyi kis téglalap van $2+2=4$ db _____ 2p

1 területegységnyi kis négyzet van 4 db _____ 2p

átlós négyzet van 1 db _____ 2p

4 egységnyi négyzet van 1 db _____ 2p

$4+4+1+1=10$ db van összesen _____ 2p

5. Egy 6x6-os játéktábla minden mezőjébe 1-es, 2-es vagy 3-as számjegyeket írunk. (Minden mezőbe egy számjegyet, de, hogy melyikből mennyit használunk, azt mi döntjük el.)
 Ki tudjuk-e tölteni úgy a táblát, hogy ha összeadjuk a számokat soronként, oszloponként és átlónként, csupa különböző összeget kapjunk.

MEGOLDÁS:

A kitöltés nem lehetséges, _____ 2p

mert a lehetséges összegek közül a legkisebb az $1+1+1=3$, _____ 2p

a legnagyobb a $3+3+3=9$, _____ 2p

így legfeljebb 7 féle összeget tudunk létrehozni. _____ 1p

A táblának van 3 sora, 3 oszlopa és 2 átlója, ez 8 összeg. _____ 2p

7 féle eredményt kell 8 helyre elhelyezni, tehát lesz legalább 2 egyforma. _____ 1p