

Budapesti Általános Iskolák Matematika Versenye
Döntő
6. osztály
2010.

1. Egy vastag könyvből kiesett néhány szomszédos lap. A kiesettek közül az első oldalon a 387-es oldalszám szerepelt, és a kiesett rész utolsó oldalán is ugyanezek a számjegyek szerepeltek, csak más sorrendben. Hány lap esett ki a könyvből?

Mindössze 5 számot állíthatunk össze ezekből a jegyekből. Nagyság szerint sorban:

378, 738, 783, 837 és 873 _____ *2 pont*

A 378 kisebb, mint a 387, ezért ez nem állhatott az utolsó oldalon. _____ *2 pont*

A többi 4 viszont nagyobb. Ha az első oldalon páratlan szám állt, akkor az utolsón párosnak kell állni. _____ *2 pont*

Tehát az utolsó oldalon csak a 738. szerepelhet. _____ *2 pont*

387- től 738-ig $738-386 = 352$ szám szerepel, minden lapon két szám, ezért $352/2=176$ lap esett ki a könyvből. _____ *2 pont*

2. Egy osztályban a lányok száma 4-gyel nagyobb a fiúkénál. Ha a fiúk számát megkétszereznénk, akkor az osztály létszáma 50-nél nagyobb lenne. Ha a lányok számát harmadára csökkentenénk, (a fiúk száma az eredeti maradna,) akkor az osztály létszáma kisebb lenne 25-nél. Hány lány és hány fiú jár az osztályba?

Megoldás:

A lányok száma 3-mal osztható. _____ *1 pont*

Rendezzük táblázatba a lehetséges eseteket, és a két feltétellel vessük össze:

lány	3	6	9	12	15	18	21	24	27
Fiú (4-gyel több)	7	10	13	16	19	22	25	28	31
$l/3 + f$				20	24	28			
$l + 2f$				44	53				

Az adatok vizsgálata táblázatban, vagy anélkül _____ **5 pont**
 Az 50-nél nagyobb létszámot 12-nél több lánnyal, _____ **1 pont**
 a 25-nél kisebb létszámot 18-nál kevesebb lánnyal érhetjük el. _____ **1 pont**

A lányok száma ezért 15, és így a fiúké 19. _____ **2 pont**

- 3. Az igazmondók és hazugok szigetén három szigetlakóval, A-val, B-vel és C-vel találkozunk.**
- Mind hazugok vagyunk. - közli A.
- Pontosan egy közülünk igazmondó. - jelenti ki B.
Melyik milyen?

Megoldás:

A nem mondhatott igazat, _____ **1 pont**
 hiszen ha igazmondó lenne, nem állíthatná magáról, hogy hazug. _____ **2 pont**
 Ezek szerint legalább egy, _____ **1 pont**
 de legfeljebb két igazmondó van köztük. _____ **1 pont**
 Ha B hazudna, két igazmondó lenne köztük, A és C, _____ **2 pont**
 de A-ról tudjuk, hogy hazug. _____ **1 pont**
 Ezek szerint B igazat mond, és így a három közül ő az egyetlen igazmondó. _____ **2 pont**

- 4. Egy egyenlőszárú háromszög alapja AB. Az AC szárát a C csúcson túl meghosszabbítottuk, és rámértük a szár hosszát, itt keletkezett a D pont. A D-t összekötöttük B-vel. Mekkora az ABD szög. (Válaszodat indokold!)**

Megoldás:

Az alapon fekvő szöget α - val jelölve a szárszög külső szöge 2α _____ **1 pont**
 Az ABC háromszög belső szögösszegeből, vagy közvetlenül külső szögeként számolva. **2 pont**
 Ha a számolás nincs leírva, ez a pont nem jár.
 A BCD háromszög egyenlőszárú. _____ **2 pont**
 Szögeivel számolva CBD szöget β - val jelölve $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$. _____ **2 pont**
 A keresett szög ennek fele $\alpha + \beta$, _____ **2 pont**
 ami 90° . _____ **1 pont**

Az itt közölt megoldásoktól eltérőkre is teljes pontszám adandó, ha azok leírása teljes.