Kardos Gyula Matematika Verseny
10. osztály
2010. január 21.

1, Mutassuk meg, hogy ha b páros, a pedig páratlan pozitív egész szám, akkor az $\frac{a}{b}$ tört nem írható fel véges sok páratlan nevezőjű törzstört összegeként!

2, Írjuk fel a $\frac{2}{9}$-et az összes lehetséges módon két törzstört összegeként!

3, Mutassuk meg, hogy ha b nem osztható 3-mal és van $3k-1$ alakú prímosztója, akkor a $\frac{3}{b}$ tört felírható két különböző nevezőjű törzstört összegeként!

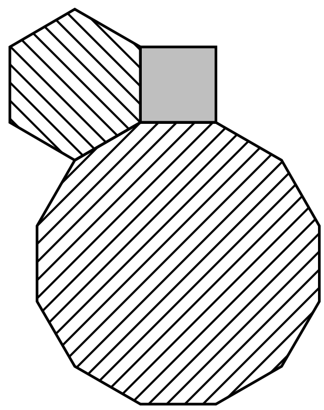
4, Adjunk meg a síkon úgy 7 pontot, hogy azok pontosan 9 egyenest határozzanak meg!

5, Elhelyezhető-e a síkon nyolc szakasz úgy, hogy mindegyik szakasz pontosan három másikat messen?

Kardos Gyula Matematika Verseny
11. osztály
2010. január 21.

1, Írjuk fel a $\frac{3}{7}$-et három különböző nevezőjű törzstört összegeként!

2, Egy-egy egységnyi oldalú négyzet, szabályos hatszög és szabályos tizenkétszög elhelyezhető egymás mellé úgy, hogy egy csúcsuknál összeérjenek és körülötte átfedés és hézag nélkül lefedjék a sík csúcs körüli tartományát, egy egységnyi sugarú körlapot.



Mely három különböző oldalszámú szabályos sokszöggel tehető meg még ugyanez? Adjuk meg az összes megoldást!

3, Írjuk fel a $\frac{5}{121}$ törtet legalább kétféleképpen három különböző törzstört összegeként!

4, Adjunk meg a síkon hat pontot úgy, hogy azok pontosan 7 egyenest határozzanak meg!

5, Adott a síkon n darab pont. Igazoljuk, hogy azoknak az egyeneseknek a száma, amelyek pontosan három pontot tartalmaznak a megadottak közül biztosan kisebb, mint $\frac{1}{3}\binom{n}{2}$.

Kardos Gyula Matematika Verseny
12. osztály
2010. január 21.

1, Igazoljuk, hogy azok a törtek, amelyek $\frac{2}{b}$ alakúak, ahol b egynél nagyobb páratlan szám, felírhatók két különböző törzstört összegeként!

2, Mutassuk meg, hogy ha az egynél nagyobb b pozitív egész számnak mindegyik prímosztója $6k+1$ alakú, akkor $\frac{3}{b}$ tört nem írható fel két törzstört összegeként!

3, Tegyük fel, hogy pozitív $\frac{a}{b} < 1$ törtet felírtuk a "mohó algoritmussal" az $m_1 < m_2 < \ldots < m_k$ pozitív egészek reciprokösszegeként. Legyen $d = m_1^2 - m_1$. Mutassuk meg, hogy $m_2 > d, m_3 > d^2, m_4 > d^4, \ldots, m_k > d^{2^{k-2}}$.

4, Megadható-e a síkon 8 pont úgy, hogy pontosan 11 egyenest határozzanak meg?

5, Adott a síkon n darab pont úgy, hogy nem illeszkednek mind egy egyenesre. Mutassuk meg, hogy meghatároznak legalább n darab olyan egyenest, amelyek mindegyike legalább két pontot tartalmaz a megadottak közül!