

## Kardos Gyula Matematika Verseny

### 12. osztály

2015. február 11.

1, Mutassuk meg, hogy két egymás utáni páratlan prím összege legalább három (nem feltétlenül különböző) prím szorzata.

2, Keressünk olyan természetes számokból álló végtelen számtani sorozatot, amelynek egyetlen eleme sem állítható elő két prímszám összegeként.

3, Adjuk meg az  $x^2 + y^3 = z^4$  egyenlet megoldásait a prímszámok halmazán.

4, Bizonyítsuk be, hogy a magasságpontos tetraédernél bármely csúcshoz tartozó magasság talppontja a csúcscsal szemközti lap magasságpontjával esik egybe.

5, Egy tetraéder két-két szemközti éle egységnyi, további két szemközti éle pedig  $x$  hosszúságú. Adjuk meg az  $x$  értékét úgy, hogy a tetraéder térfogata maximális legyen.

6, Egy tetraéder három csúcsára illesszünk gömböt, amely a tetraéder három élét az  $A, B, C$  pontokban metszi. Bizonyítsuk be, hogy az  $ABC$  háromszög alakja független attól, hogy melyik három csúcsra illesztettük a gömböt, vagyis a metszetháromszögek mind hasonlóak.