

Pálmai Lóránt Matematikai Tehetségkutató Verseny
2017. január 6.

A feladatok megoldása

1. feladat: Maugli megkért 5 majmot, hogy hozzanak neki néhány banánt. A majmok mindegyike ugyanannyi darabot szedett. Visszaúton a majmok összevesztek, és mindegyikük megdobta mindegyik társát egy-egy banánnal, a többit megkapta Maugli. Így a leszedett banánok fele jutott el hozzá. Hány banánt szedtek a majmok összesen?

(6 pont)

Megoldás:

Mindegyik majomnak 4 társa van, így mindegyik 4 banánt dob el.

2 pont

Az öt majom összesen $5 \cdot 4 = 20$ banánt dob el.

2 pont

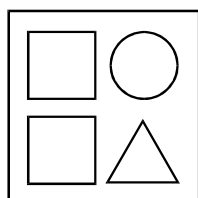
Ez az összes banán fele, tehát 40 banánt szedtek összesen a majmok.

2 pont

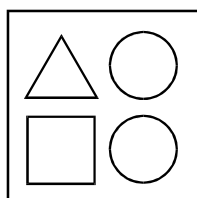
Összesen: 6 pont

2. feladat: Egy ajándékboltban többféle összeállításban kaphatók karácsonyfadíszek. Egy-egy csomag ára úgy adódik, hogy a benne levő díszek árát összeadják. (Egyforma díszekért azonos összeget kell fizetni.) Az alábbi csomagok árát a képek alatt feltüntettük. Mennyibe kerül a negyedik csomag?

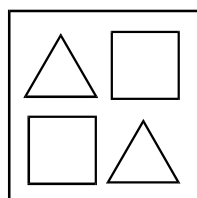
(8 pont)



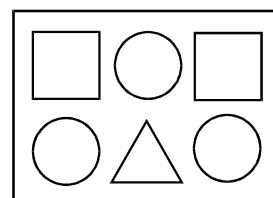
2100 Ft



1900 Ft



2400 Ft



? Ft

Megoldás:

A harmadik csomagból kiderül, hogy egy négyzet és egy háromszög együttes ára 1200 Ft.

3 pont

A második csomagban tehát a két kör 700 Ft.

2 pont

A negyedik csomagban az első csomag tartalma és még két kör van, ezért az ára $2100 + 700 = 2800$ Ft.

3 pont

Összesen: 8 pont

3. Hány olyan pozitív háromjegyű páros szám van, amelyben a százások helyén álló számjegy a tízesek és egyesek helyén álló két számjegy összegével egyenlő?

(10 pont)

Megoldás:

Mivel a szám páros, ezért az utolsó számjegye csak 0, 2, 4, 6 vagy 8 lehet.

2 pont

Ha az utolsó számjegye 0, akkor az első két számjegye azonos, de nem 0, ilyen számból 9 db van.

2 pont

Ha az utolsó számjegye 2, akkor a második számjegy értéke 0-7-ig mehet, tehát 8 db ilyen szám van.

1 pont

Ha az utolsó számjegye 4, akkor a második számjegy értéke 0-5-ig mehet, tehát 6 db ilyen szám van.

1 pont

Ha az utolsó számjegye 6, akkor a második számjegy értéke 0-3-ig mehet, tehát 4 db ilyen szám van.

1 pont

Ha az utolsó számjegye 8, akkor a második számjegy értéke csak 0 vagy 1 lehet, tehát 2 db ilyen szám van.

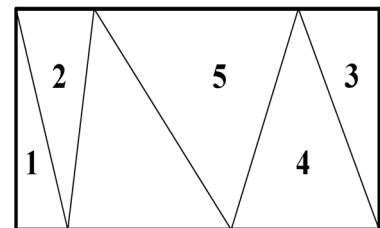
1 pont

Így összesen $9 + 8 + 6 + 4 + 2 = 29$ db megfelelő háromjegyű szám.

2 pont

Összesen: 10 pont

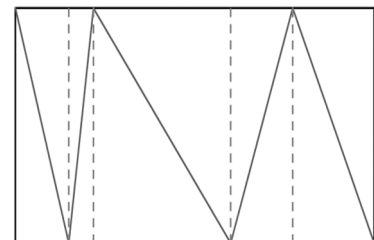
4. feladat: Anna egy téglalap alakú papírt cikk-cakk alakban felvágott. Rajzoltunk róla egy vázlatot, ami nem pontos. Öt háromszögbe beírtuk, hogy hány cm^2 a területe. Hány cm^2 a hatodik háromszög területe?

**(10 pont)****I. megoldás:**

Rajzoljuk be a háromszögek magasságait az ábra szerint. 2 pont

Így öt téglalapot kapunk. 1 pont

Mindegyik téglalapot az átlója két egyenlő területű háromszögre osztja. 1 pont



Írjuk be ennek alapján sorba a területeket!

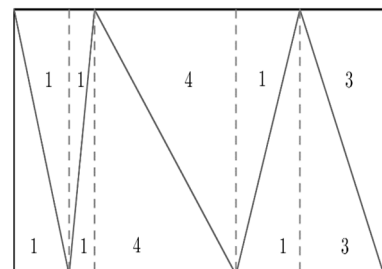
A két szélső téglalap másik fele 1 illetve 3. 1 pont

A háromszögek maradék része 1 illetve 1. 2 pont

A téglalapok másik fele 1 és 1. 1 pont

Az 5 cm^2 -es maradék része 4. 1 pont

A kérdéses háromszög területe $1 + 4 = 5 \text{ cm}^2$. 1 pont

Összesen: 10 pont

II. megoldás:

(Annak, aki már tanulta, hogyan számoljuk ki a háromszög területét.)

A háromszögek (ábra szerinti) magassága megegyezik.

1 pont

Így a területek aránya egyenlő a magassághoz tartozó oldalak arányával.

2 pont

A téglalap felső oldalán a szakaszok rendre 2, 5, 3 egység hosszúak.

3 pont

Összesen 10 egység.

1 pont

Az alsó élen a hiányzó szakasz $10 - (1 + 4) = 5$ egység.

2 pont

A kérdéses terület 5 cm^2 .

1 pont

Összesen: 10 pont

5. feladat: Egy számsorozat első tagja 42. Második tagját úgy számoljuk ki, hogy az első tagban a tízesek helyén álló számjegyből kivonjuk az egyesek helyén álló számjegyet, majd ennek a különbségnek a kétszeresét kivonjuk az első tagból. Tehát a második tag: $42 - 2 \cdot (4 - 2) = 38$.

A további tagokra ez a képzési szabály öröklődik, tehát a harmadik tag: $38 - 2 \cdot (3 - 8) = 48$.

a) Mennyi a sorozat 9. tagja?

b) Mennyi a sorozat 2017. tagja?

(12 pont)

Megoldás:

a) A sorozat első nyolc tagja:

42, 38, 48, 56, 58, 64, 60, 48,

3 pont

tehát a következő (kilencedik) tag ismét az 56.

1 pont

b) A sorozat tagjai ismétlődnek, az ismétlődő számok: 48, 56, 58, 64, 60.

1 pont

A periódus hossza: 5.

1 pont

A sorozat első két eleme nem ismétlődik,

1 pont

így a 2017. elem kiszámításához $2017 - 2 = 2015$ számot veszünk a periódusból.

1 pont

Mivel $2015 = 403 \cdot 5 + 0$,

1 pont

ezért a sorozat 2017. eleme megegyezik a periódus ötödik elemével.

2 pont

Tehát a sorozat 2017. tagja: 60.

1 pont

Összesen: 12 pont

6. feladat: A táblára felírtunk egy 99-nél nagyobb, de 151-nél kisebb egész számot.

Erről a számról öt tanuló ezt állította:

Anna: A szám páros.

Bence: A szám osztható 3-mal.

Cili: Számjegyeinek összege páratlan.

Dani: Én gondoltam egy egész számra, hozzáadtam a négyszeresét. Így a táblára írt számot kaptam.

Eszter: A táblán páratlan szám áll.

A tanulók kijelentései közül négy igaz, egy hamis.

a) Kinek a kijelentése lehet hamis?

b) Melyik szám állhat a táblán?

(14 pont)

Megoldás:

a) Anna és Eszter kijelentése egymásnak ellentmond, így az egyik igaz, a másik hamis.

2 pont

A másik három gyerek igazat állított.

1 pont

b) Először nézzük meg azt az esetet, amikor Eszter állítása hamis!

Dani szerint a szám ötten osztható,

2 pont

Anna állítása alapján pedig páros, ezért csak 100, 110, 120, 130, 140 vagy 150 állhatott a táblán.

2 pont

Cili kijelentése alapján a szám 100, 120 vagy 140.

1 pont

Bence állítása miatt csak a 120 ad megoldást, Eszter kijelentése nem teljesül, a többiek állítása pedig igaz.

1 pont

Másodszor vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor Anna állítása hamis!

Dani szerint a szám ötten osztható, Eszter állítása alapján pedig páratlan, ezért csak 105, 115, 125, 135 vagy 145 állhatott a táblán.

2 pont

Cili kijelentése alapján a szám 115 vagy 135.

1 pont

Végül Bence állításának csak a 135 felel meg.

1 pont

Tehát vagy Eszter állítása hamis és a szám a 120, vagy Anna állítása a hamis és a szám a 135.

1 pont

Összesen: 14 pont

Maximális pontszám: 60 pont