Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
5. osztály
I. forduló

Minden állításodat indokolni kell.
A feladatok megoldására 60 perced van.
Körzőn, vonalzón és íróeszközön kívül egyéb segédeszközt nem használhatsz.

1. feladat: Töhötöm elé leteszik az $1, 2, 3, 4, 5$ számkártyákat ilyen sorrendben. Ő ezek közé mindenhova be kell, hogy illessze a $+, -, \cdot, :$ műveleti jelek valamelyikét, valamint zárójeleket is tehet úgy, hogy egy szabályos műveletsort kapjon. A számkártyák sorrendjét nem változtathatja meg. Egy műveleti jelet többször is használhat, és nem muszáj mindegyiket használnia. Az első szám elé és az utolsó szám mögé nem tehet műveleti jelet, de zárójeleket igen. (Például az $\big((1-2)\cdot 3+4\big):5$ műveletsor szabályos, de az eredménye $\frac{1}{5}$, ezért ez egyik feladatrésznek sem megoldása.)

Hogyan csinálja, ha azt szeretné, hogy az így kapott műveletsor eredménye legyen

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5 ?

(6 pont)

2. feladat: Egy négyzet alakú kert két szemközti oldalának felezőpontjait összekötöttük és félbe vágtuk a kertet. Az így keletkezett egyik részt pont körbe tudtuk keríteni a raktárban talált 36 méter hosszú kerítéssel. Mekkora volt az eredeti négyzet alakú kert területe?

(6 pont)

3. feladat: Micimackó, Malacka, Nyuszi és Füles összesen 85 banánt evett meg a héten. Az alábbiakat tudjuk még:

- Mindegyikük 10-nél több banánt fogyasztott el.
- Egyik banánt se osztották el, így mindegyikük egész számú banánt evett.
- Malacka és Nyuszi együtt 47 banánt evett. Malacka több banánt evett, mint Nyuszi.
- Szokás szerint Micimackó többet evett mindhárom barátjánál.

Melyikük hány banánt ehetett meg?

(6 pont)

4. feladat: Két szülő és három gyermekük, Tomi, Lilla és Vili autóval utaznak. Az autó öt személyes – elöl a vezető mellett van még egy hely, hátul három hely van. Vezetni csak a szülők tudnak. Minden gyermek elég magas és idős ahhoz, hogy elöl ülhessen. Hányféleképpen ülhetnek be a kocsiba, ha Tomi és Lilla mindenképpen egymás mellett szeretnének ülni?

(6 pont)

5. feladat: Anna, Bori és Cili egy hat darab igaz-hamis kérdésből álló tesztet töltött ki (mindannyian ugyanarra a hat kérdésre válaszoltak).

Anna válaszai sorrendben: H, H, I, I, I, I;
Bori válaszai sorrendben: I, H, H, I, I, I;
Cili válaszai sorrendben: I, I, H, H, I, I.

Anna és Bori öt-öt helyes választ adott. Hány helyes válasza lehet Cilinek? (A gyerekek válaszaiban az I az igaz választ, a H a hamis választ jelenti.)

(6 pont)

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter, Orosz Gyula, Pereczes Marianna
Lektorálta: Gyenes Zoltán, Lenger Dániel

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
6. osztály
I. forduló

Minden állításodat indokolni kell.
A feladatok megoldására 60 perced van.
Körzőn, vonalzón és íróeszközön kívül egyéb segédeszközt nem használhatsz.

1. feladat: Töhötöm elé leteszik a $6, 7, 8, 9, 10$ számkártyákat ilyen sorrendben. Ő ezek közé mindenhova be kell, hogy illessze a $+, -, \cdot, :$ műveleti jelek valamelyikét, valamint zárójeleket is tehet úgy, hogy egy szabályos műveletsort kapjon. A számkártyák sorrendjét nem változtathatja meg. Egy műveleti jelet többször is használhat, és nem muszáj mindegyiket használnia. Az első szám elé és az utolsó szám mögé nem tehet műveleti jelet, de zárójeleket igen. (Például az $\big((6-7)\cdot 8+9\big) : 5$ műveletsor szabályos, de az eredménye $\frac{1}{5}$, ezért ez egyik feladatrésznek sem megoldása.)

Hogyan csinálja, ha azt szeretné, hogy az így kapott műveletsor eredménye legyen

a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10 ?

.

(6 pont)

2. feladat: Két szülő és három gyermekük, Jani, Virág és Elemér autóval utaznak. Az autó öt személyes, elöl a vezető mellett van még egy hely, hátul három hely van. Vezetni csak a szülők tudnak. Minden gyermek elég magas és idős ahhoz, hogy elöl ülhessen. Hányféleképpen ülhetnek be a kocsiba, ha Virág és Jani indulás előtt úgy összeveszett, hogy nem hajlandóak közvetlenül egymás mellett ülni?

(6 pont)

3. feladat: Egy 3×3-as táblázatnak, ha úgy választjuk ki 3 mezőjét, hogy minden sorból és minden oszlopból is pontosan egyet választunk, azt egy varázslatos 3-asnak nevezzük. Fejezd be ennek a 3×3-as táblázatnak a kitöltését pozitív egész számokkal úgy, hogy minden varázslatos 3-as szorzata ugyanannyi legyen. A megoldásodat a számításaiddal, indoklással együtt ne felejtsd el átmásolni a válaszlapra!

1	2	7
3		
5		

(6 pont)

4. feladat: Egy négyzetrácsos papírból a rácsvonalak mentén kivágtunk egy négyzet alakú játéktáblát. A rácsvonalak határolta kis négyzetek a mezők. Minden szélső mezőjére és az egyik átlójának minden mezőjére ráhelyeztünk egy bábut. Egy mezőre legfeljebb egy bábu kerülhet. Így összesen 49 bábut helyeztünk el a táblán. Hány mező maradt üresen? *(6 pont)*

5. feladat: Egy táborban az első napon 3 egyforma zsákban almát hoztak a résztvevőknek. A zsákok tele voltak. Az almákat tíz azonos méretű kosárba osztották szét, így minden kosár pont megtelt. Az első napon pontosan 4 kosár alma fogyott el. A maradékot visszatették a zsákokba. A második napon már nem hoztak újabb almákat. Ezen a napon további egy zsák és két tele kosárnyi alma fogyott. Az ezután megmaradt almákat a második este egy kosárba tették. Hányadrésze telt meg a kosárnak? *(6 pont)*

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter, Orosz Gyula, Pereczes Marianna
Lektorálta: Gyenes Zoltán, Lenger Dániel

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
7. osztály
I. forduló

Minden állításodat indokolni kell.
A feladatok megoldására 90 perced van.
Körzőn, vonalzón és íróeszközön kívül egyéb segédeszközt nem használhatsz.

1. feladat: Egy osztályban két gyereket megkérdeztek, hogy hány osztálytársuk van. A következő válaszokat adták:
András: Kétszer annyi lány osztálytársam van, mint fiú osztálytársam.
Bea: 9-cel kevesebb fiú osztálytársam van, mint lány osztálytársam.
Hány fiú és hány lány jár az osztályba? *(5 pont)*

2. feladat: Az $ABCD$ trapézról a következőket tudjuk:

a) Az AB és CD oldalai párhuzamosak.

b) AB hossza 3-szorosa CD hosszának.

c) Az AD és BC szárak egyike 2-szer olyan hosszú, mint a másik.

d) Az AC átló felezi az A csúcsnál lévő szöget.

e) $AD = 10$ cm.

Kiszámítható ezekből az összefüggésekből a trapéz kerülete? *(9 pont)*

3. feladat: András egy feladatkitűző játékgépet kapott karácsonyra, amelynek az egyik játéka a következő.

A gép kiír egy pozitív egész számot. Andrásnak ekkor két prímszámot kell megadnia a gépnek úgy, hogy a számok szorzatánál eggyel nagyobb szám legyen a gép által kiírt szám. (Ha például a gép kiírja a 16-ot, akkor András megadhatja a 3-at és 5-öt, mert $3 \cdot 5 + 1 = 16$.)

Melyik az a legnagyobb kétjegyű pozitív egész szám, amit kiírhat a gép? (Tehát amire válaszul András meg tud adni két megfelelő prímszámot.) *(8 pont)*

4. feladat: Melyik igaz, melyik hamis az alábbi állítások közül? Válaszodat indokold is!

a) Van két olyan pozitív egész szám, amelyek legnagyobb közös osztójánál 58-cal nagyobb a legkisebb közös többszörösük 2-szerese.

b) Egy húsztagú társaság két tagja András és Béla, és mindkettőjüknek $10-10$ ismerőse van a társaságban. Igaz-e, hogy ekkor biztosan van olyan tagja a társaságnak, akit mindketten ismernek?

(6 pont)

5. feladat: 2 piros, 2 kék és 2 zöld, egyforma méretű golyó van egy dobozban. A golyók közül kihúzunk hármat és sorba tesszük őket. Hányféle sorozatot kaphatunk így? *(6 pont)*

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter, Orosz Gyula, Pereczes Marianna
Lektorálta: Gyenes Zoltán, Lenger Dániel

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
8. osztály
I. forduló

Minden állításodat indokolni kell.
A feladatok megoldására 90 perced van.
Körzőn, vonalzón és íróeszközön kívül egyéb segédeszközt nem használhatsz.

1. feladat: Anyuka faggatja Peti nevű kisfiát, hogy mit tanultak ma matekórán.
—Miről volt ma szó matekórán?
—Valamiféle négyszögekről.
—Na, de mégis miféléktől? Deltoid, rombusz, paralelogramma, trapéz, vagy mi?
—Igen, igen, ezek közül valamelyikről.
—Jó, akkor mit tanultatok róla?
—Hogy mindig van olyan oldaluk, vagy talán szögük, ami megegyezik... már nem emlékszem, melyik.
—És mindig vannak párhuzamos oldalaik?
Erre Peti válaszolt valamit, amiből az anyukája ki tudta találni, hogy miről tanultak.
Mi volt Peti válasza és milyen négyszögekről tanultak ma a matekórán? *(6 pont)*

2. feladat: Csilla a következőképpen gondolkodik. Anyukám, nagypapám és az én életkorom összege most pont 124 év. Négy évvel ezelőtt harmadannyi éves voltam, mint amennyi anyukám lesz nyolc év múlva. Ő viszont pont feleannyi idős volt négy évvel ezelőtt, mint amennyi a nagypapám lesz nyolc év mulva.
Hány éves most Csilla, ha mindhármuk életkora egész szám? *(6 pont)*

3. feladat: Öt család mindegyikében van pontosan egy lány és egy fiú gyermek. Minden gyerek ismer a vele azonos neműek közül legalább hármat. Mutassuk meg, hogy létezik egy fiú és egy lány, akik együtt minden más gyereket ismernek az öt családban. *(6 pont)*

4. feladat: Határozzuk meg azt a legnagyobb egész számot, amelynek a számjegyei különbözőek és bármely két szomszédos jegy szorzata kisebb, mint 10. *(6 pont)*

5. feladat: Az $ABCD$ paralelogramma AC átlója az A csúcsnál lévő szöget $DAC\sphericalangle = 30°$ és $BAC\sphericalangle = 45°$-os részre osztja. Mekkora a paralelogramma területe, ha a hosszabbik oldala 2 egység hosszú? *(8 pont)*

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter, Orosz Gyula, Pereczes Marianna
Lektorálta: Gyenes Zoltán, Lenger Dániel

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
5. osztály
I. forduló
MEGOLDÁSOK

A feladatokra általában többféle megoldás adható,
az útmutatóban közölt megoldást és pontozást iránymutatónak szánjuk.
A részpontszámok minden esetben bonthatók,
a részletes pontozás a javító tanár szakmai döntésének eredménye.

1. feladat: Töhötöm elé leteszik az $1, 2, 3, 4, 5$ számkártyákat ilyen sorrendben. Ő ezek közé mindenhova be kell, hogy illessze a $+, -, \cdot, :$ műveleti jelek valamelyikét, valamint zárójeleket is tehet úgy, hogy egy szabályos műveletsort kapjon. A számkártyák sorrendjét nem változtathatja meg. Egy műveleti jelet többször is használhat, és nem muszáj mindegyiket használnia. Az első szám elé és az utolsó szám mögé nem tehet műveleti jelet, de zárójeleket igen. (Például az $\big((1-2)\cdot 3+4\big):5$ műveletsor szabályos, de az eredménye $\frac{1}{5}$, ezért ez egyik feladatrésznek sem megoldása.)

Hogyan csinálja, ha azt szeretné, hogy az így kapott műveletsor eredménye legyen

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5 ?

(6 pont)

1. feladat megoldás: Egy-egy lehetséges megoldás:
a) $1+2-3-4+5=1$
b) $(1+2):3-(4-5)=2$
c) $1-2+3-4+5=3$
d) $(1-2-3):4+5=4$
e) $1\cdot 2\cdot 3+4-5=5$

Egy feladatrészre adott jó megoldás megadása 2 pontot ér, minden további feladatrészre adott helyes megoldás $1-1$ pontot ér. Egy feladatrészre több helyes megoldása esetén is csak 1 pont jár. Helytelen megoldás megadása esetén nem jár pontlevonás.

2. feladat: Egy négyzet alakú kert két szemközti oldalának felezőpontjait összekötöttük és félbe vágtuk a kertet. Az így keletkezett egyik részt pont körbe tudtuk keríteni a raktárban talált 36 méter hosszú kerítéssel. Mekkora volt az eredeti négyzet alakú kert területe? *(6 pont)*

2. feladat megoldás: A körbekerített rész téglalap, melynek két oldala megegyezik az eredeti négyzet oldalával, *(1 pont)*
másik két oldala együtt szintén az eredeti négyzet oldalával egyezik meg. *(1 pont)*
Így a 36 méter az eredeti négyzet három oldalával egyezik meg. *(1 pont)*
Tehát az eredeti négyzet egy oldala 12 méter. *(1 pont)*
A területe $12\cdot 12$ négyzetméter, *(1 pont)*
azaz 144 négyzetméter. *(1 pont)*

3. feladat: Micimackó, Malacka, Nyuszi és Füles összesen 85 banánt evett meg a héten. Az alábbiakat tudjuk még:

- Mindegyikük 10-nél több banánt fogyasztott el.
- Egyik banánt se osztották el, így mindegyikük egész számú banánt evett.

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter, Orosz Gyula, Pereczes Marianna
Lektorálta: Gyenes Zoltán, Lenger Dániel

- Malacka és Nyuszi együtt 47 banánt evett. Malacka több banánt evett, mint Nyuszi.
- Szokás szerint Micimackó többet evett mindhárom barátjánál.

Melyikük hány banánt ehetett meg?

(6 pont)

3. feladat megoldás: Micimackó és Füles együtt $85 - 47 = 38$ banánt evett, így Micimackó legfeljebb $38 - 11 = 27$ banánt evett meg.

(1 pont)

Malacka legalább 24 banánt evett, így Micimackó legalább 25 banánt evett. *(1 pont)*

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter, Orosz Gyula, Pereczes Marianna
Lektorálta: Gyenes Zoltán, Lenger Dániel

Lehetőségek:
Micimackó 27, Malacka 26, Nyuszi 21, Füles 11.
Micimackó 27, Malacka 25, Nyuszi 22, Füles 11.
Micimackó 27, Malacka 24, Nyuszi 23, Füles 11.
Micimackó 26, Malacka 25, Nyuszi 22, Füles 12.
Micimackó 26, Malacka 24, Nyuszi 23, Füles 12.
Micimackó 25, Malacka 24, Nyuszi 23, Füles 13.

Indoklás nélkül az összes jó lehetőség felsorolása rossz nélkül a maximum pontot éri. $4-5$ *jó lehetőség rossz nélkül* 5 *pontot ér,* $2-3$ *jó lehetőség rossz nélkül* 4 *pontot ér,* 1 *jó lehetőség rossz nélkül* 3 *pontot ér. A rossz lehetőségekért vonjunk le összesen* 1 *pontot.*

4. feladat: Két szülő és három gyermekük – Tomi, Lilla és Vili – autóval utaznak. Az autó öt személyes – elöl a vezető mellett van még egy hely, hátul három hely van. Vezetni csak a szülők tudnak. Minden gyermek elég magas és idős ahhoz, hogy elöl ülhessen. Hányféleképpen ülhetnek be a kocsiba, ha Tomi és Lilla mindenképpen egymás mellett szeretnének ülni?

4. feladat megoldás: Elöl: Anya,Apa,Hátul:Tomi,Lilla,Villi
Elöl: Anya,Apa Hátul Lilla,Tomi, Vili
Elöl: Anya,Apa Hátul Vili,Tomi, Lilla
Elöl: Anya,Apa Hátul Vili,Lilla, Tomi
Elöl: Anya,Vili Hátul Lilla,Tomi, Apa
Elöl: Anya,Vili Hátul Tomi,Lilla, Apa
Elöl: Anya,Vili Hátul Apa,Lilla, Tomi
Elöl: Anya,Vili Hátul Apa,Tomi, Lilla

Anya vezet és a feltételeknek megfelelő összes eset felsorolása. *(3 pont)*
Rossz eset esetén vonjunk le egy pontot, hiányos felsorolás esetén szintén vonjunk le egy pontot.
Apa vezet esetén ugyanennyi, tehát összesen $2 \cdot 8 = 16$ lehetőség van. *(3 pont)*

5. feladat: Anna, Bori és Cili egy hat darab igaz-hamis kérdésből álló tesztet töltött ki (mindannyian ugyanarra a hat kérdésre válaszoltak).
Anna válaszai sorrendben: H, H, I, I, I, I;
Bori válaszai sorrendben: I, H, H, I, I, I;
Cili válaszai sorrendben: I, I, H, H, I, I.
Anna és Bori öt-öt helyes választ adott. Hány helyes válasza lehet Cilinek? (A gyerekek válaszaiban az I az igaz választ, a H a hamis választ jelenti.)
(6 pont)

5. feladat megoldás: Anna és Bori válaszaiban 1. és a 3. válasz különbözik, a többi négy megegyezik, így azok helyesek. Tehát Cili válaszai közül a 2. és a 4. hibás, az 5. és a 6. helyes. Ez eddig 2 helyes válasz. *(3 pont)*
Ha Anna 1. válasza helyes, akkor a 3. hibás, azaz Cilinek további egy helyes válasza van, *(1 pont)*
ha Anna 1. válasza hibás, akkor a 3. helyes, így Cilinek szintén egy helyes válasza van. *(1 pont)*
Cilinek így mindenképpen $2 + 1$, azaz 3 helyes válasza van. *(1 pont)*
Indoklás nélkül a 3 *helyes válasz közlése* 4 *pontot ér.*

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
6. osztály
I. forduló
MEGOLDÁSOK

A feladatokra általában többféle megoldás adható,
az útmutatóban közölt megoldást és pontozást iránymutatónak szánjuk.
A részpontszámok minden esetben bonthatók,
a részletes pontozás a javító tanár szakmai döntésének eredménye.

1. feladat: Töhötöm elé leteszik a $6, 7, 8, 9, 10$ számkártyákat ilyen sorrendben. Ő ezek közé mindenhova be kell, hogy illessze a $+, -, \cdot, :$ műveleti jelek valamelyikét, valamint zárójeleket is tehet úgy, hogy egy szabályos műveletsort kapjon. A számkártyák sorrendjét nem változtathatja meg. Egy műveleti jelet többször is használhat, és nem muszáj mindegyiket használnia. Az első szám elé és az utolsó szám mögé nem tehet műveleti jelet, de zárójeleket igen. Például az $\big((6-7)\cdot 8+9\big):5$ műveletsor szabályos, de az eredménye $\frac{1}{5}$, ezért ez egyik feladatrésznek sem megoldása.

Hogyan csinálja, ha azt szeretné, hogy az így kapott műveletsor eredménye legyen

a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10 f) 11 ?

Például az $1-2-3+4-5-6$ műveletsor szabályos, de az eredménye -11, ezért nem megoldása egyik feladatrésznek sem.

(6 pont)

1. feladat megoldás: Egy-egy lehetséges megoldás:

a) $6-7+8-9+10 \quad = 6$
b) $6+(7-8)\cdot(9-10) \quad = 7$
c) $6-7+8-9+10 \quad = 8$
d) $(6-7-8)\cdot(9-10) \quad = 9$
e) $6-7-8+9+10 \quad = 10$
f) $(6-7)\cdot(8-9)+10 \quad = 11$

Minden feladatrészre adott helyes megoldás $1-1$ pontot ér. Egy feladatrészre több helyes megoldása esetén is csak 1 pont jár. Helytelen megoldás megadása esetén nem jár pontlevonás.

(6 pont)

2. feladat: Két szülő és három gyermekük, Jani, Virág és Elemér autóval utaznak. Az autó öt személyes, elöl a vezető mellett van még egy hely, hátul három hely van. Vezetni csak a szülők tudnak. Minden gyermek elég magas és idős ahhoz, hogy elöl ülhessen. Hányféleképpen ülhetnek be a kocsiba, ha Virág és Jani indulás előtt úgy összeveszett, hogy nem hajlandóak közvetlenül egymás mellett ülni? *(6 pont)*

2. feladat megoldás: Ha Virág és Jani is hátul ülnek, akkor csak a két szélső helyet foglalhatják el, ezt kétféleképpen tehetik meg. *(1 pont)*

Ekkor a vezetőülésnél az egyik szülő, mellettük Elemér vagy a másik szülő ülhet - ez négyféleképpen lehetséges. Összesen $2\cdot 4 = 8$-féleképpen helyezkedhetnek el az autóban, ha Virág és Jani is hátul ül.

(1 pont)

Ha Jani, vagy Virág elöl ül, akkor ők nem ülhetnek a vezető ülésen. Mellettük egy szülő ül. Ez négy lehetőség. *(1 pont)*

A hátsó három helyet a többi három utas tetszőleges sorrendben foglalhatja el. Ez 6 lehetőség. *(1 pont)*

Összesen $4\cdot 6 = 24$-féleképpen helyezkedhetnek el, ha Jani vagy Virág elöl ül. *(1 pont)*

Az utazók $24 + 8 = 32$-féleképpen ülhetnek az autóban az utazók. *(1 pont)*

Megjegyzés: Ha a tanuló megoldásában a fenti gondolatok nem szöveges indoklással, hanem rajzok mellett a megfelelő számítások feltüntetésével jelennek meg, akkor az adott részpontszámot a tanuló kapja meg.

3. feladat: Egy 3×3-as táblázatnak, ha úgy választjuk ki 3 mezőjet, hogy minden sorból és minden oszlopból is pontosan egyet választunk, azt egy varázslatos 3-asnak nevezzük. Fejezd be ennek a 3×3-as táblázatnak a kitöltését pozitív egész számokkal úgy, hogy minden varázslatos 3-as szorzata ugyanannyi legyen. A megoldásodat ne felejtsd el átmásolni a válaszlapra!

1	2	7
3		
5		

(6 pont)

3. feladat megoldás: Ha a középső mezőbe a $2 \cdot 3 = 6$ -ot, a jobb alsó mezőbe pedig az $5 \cdot 7 = 35$-öt írjuk, akkor három varázslatos 3-asban ugyanannyi lesz a számok szorzata, mert $1 \cdot 6 \cdot 35 = 2 \cdot 3 \cdot 35 = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$. *(2 pont)*

Ha a második sor harmadik mezőjébe $3 \cdot 7 = 21$ -et, a harmadik sor második mezőjébe pedig $2 \cdot 5 = 10$-et írunk, akkor a maradék három varázslatos 3-asban is ugyanannyi lesz a számok szorzata, mert $1 \cdot 21 \cdot 10 = 2 \cdot 3 \cdot 35 = 7 \cdot 3 \cdot 35 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$. *(2 pont)*

A táblázat helyes kitöltése tehát:

1	2	7
3	6	21
5	10	35

(2 pont)

Megjegyzés: A feladatnak a fenti kitöltés az egyetlen helyes megoldása.

4. feladat: Egy négyzetrácsos papírból a rácsvonalak mentén kivágtunk egy négyzet alakú játéktáblát. A rácsvonalak határolta kis négyzetek a mezők. Minden szélső mezőjére és az egyik átlójának minden mezőjére ráhelyeztünk egy bábut. Egy mezőre legfeljebb egy bábu kerülhet. Így összesen 49 bábut helyeztünk el a táblán. Hány mező maradt üresen?

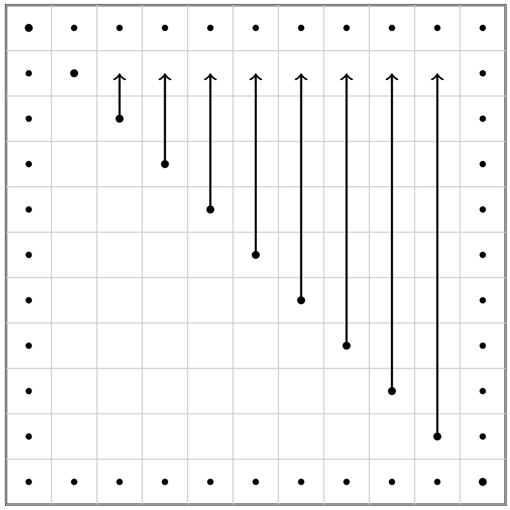
4. feladat első megoldás: Mozgassuk fel a főátlóra helyezett bábukat a 2. sorba! *(1 pont)*

Ha a négy sarokban levő négy bábut levesszük, akkor a táblán maradt bábuk száma éppen ötször annyi, mint az első sorban maradt bábuk száma. *(2 pont)*

Mivel $49 - 4 = 5 \cdot 9$, ezért a játéktábla oldalának hossza $9 + 2 = 11$, *(1 pont)*

így $11 \cdot 11 = 121$ mezőből áll. *(1 pont)*

Az üresen maradt mezők száma: $121 - 49 = 72$. *(1 pont)*



4. feladat második megoldás: Egy 10×10-es négyzet alakú játéktábla esetén a lehelyezett bábúk száma 44 (összeszámolása többféleképpen történhet, például egy megfelelő ábra alapján, leszámolással). Ez a feladat állításánál kevesebb bábú, tehát nagyobb a játéktábla. *(1 pont)*

Egy 12×12-es négyzet alakú játéktábla esetén a lehelyezett bábúk száma 54 (összeszámolása többféleképpen történhet, például egy megfelelő ábra alapján, leszámolással). Ez a feladat állításánál több bábú, tehát kisebb a játéktábla. *(1 pont)*

Egy 11×11-es négyzet alakú játéktábla esetén a lehelyezett bábúk száma 49 (összeszámolása többféleképpen történhet, például egy megfelelő ábra alapján, leszámolással). *(1 pont)*

Ez éppen megfelel a feladat feltételeinek. Mivel nagyob bjátéktábla esetén több, kisebb játéktábla esetén kevesebb bábút tudunk elhelyezni, ez az egyetlen lehetőség a játéktábla méretére. *(1 pont)*

A játéktábla összesen $11 \cdot 11 = 121$ mezőből áll. *(1 pont)*

Az üresen maradt mezők száma: $121 - 49 = 72$. *(1 pont)*

5. feladat: Egy táborban az első napon 3 egyforma zsákban almát hoztak a résztvevőknek. A zsákok tele voltak. Az almákat tíz azonos méretű kosárba osztották szét, így minden kosár pont megtelt. Az első napon pontosan 4 kosár alma fogyott el. A maradékot visszatették a zsákokba. A második napon már nem hoztak újabb almákat. Ezen a napon további egy zsák és két tele kosárnyi alma fogyott. Az ezután megmaradt almákat a második este egy kosárba tették. Hányadrésze telt meg a kosárnak? *(6 pont)*

5. feladat első megoldás: Vegyük 1 egységnek egy zsák űrtartalmát. *(1 pont)*

Az első napon 3 egységnyi zsákot 10 egyenlő részre osztottak, tehát 1 kosárba $\frac{3}{10}$ zsák űrtartalmának megfelelő mennyiségű alma jut. *(1 pont)*

Ebből 4 kosár alma elfogyott az első nap, tehát maradt 6 kosár, ami $6 \cdot \frac{3}{10} = \frac{18}{10}$ zsák. *(1 pont)*

Mivel a második nap ebből elfogyott 1 zsák és két kosár, ezért megmaradt:

$$\frac{18}{10} - 1 - 2 \cdot \frac{3}{10} = \frac{2}{10} \text{ zsák alma.}$$

(1 pont)

Egy kosárba $\frac{3}{10}$ zsák alma fér, a maradék alma pedig $\frac{2}{10}$ zsáknyi.

$$\frac{2}{10} : \frac{3}{10} = \frac{2}{3},$$

(1 pont)

tehát a kosárnak a $\frac{2}{3}$ része telik meg. *(1 pont)*

5. feladat második megoldás: Vegyük 10 egységnek a kosár űrtartalmát. *(1 pont)*

Ekkor, mivel $10 \cdot 3$ egységnyi almát osztunk tíz egyenlő részre, egy kosár űrtartalma 3 egység. *(1 pont)*

Mivel az első nap 4 kosár alma fogyott el, 6 kosár alma megmaradt, ami $6 \cdot 3 = 18$ egység. *(1 pont)*

A második napon ebből elfogyott 1 zsák és két kosár, ami $10 + 2 \cdot 3 = 16$ egység, tehát 2 egységnyi alma maradt meg. *(1 pont)*

Mivel a kosár űrtartalma 3 egység, a maradék alma pedig 2 egység, ezért a kosárnak a $\frac{2}{3}$ része telt meg. *(2 pont)*

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter, Orosz Gyula, Pereczes Marianna
Lektorálta: Gyenes Zoltán, Lenger Dániel

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
7. osztály
I. forduló
MEGOLDÁSOK

A feladatokra általában többféle megoldás adható,
az útmutatóban közölt megoldást és pontozást iránymutatónak szánjuk.
A részpontszámok minden esetben bonthatók,
a részletes pontozás a javító tanár szakmai döntésének eredménye.

1. feladat: Egy osztályban két gyereket megkérdeztek, hogy hány osztálytársuk van. A következő válaszokat adták:
András: Kétszer annyi lány osztálytársam van, mint fiú osztálytársam.
Bea: 9-cel kevesebb fiú osztálytársam van, mint lány osztálytársam.
Hány fiú és hány lány jár az osztályba? *(5 pont)*

1. feladat megoldás: A fiúk és lányok számát jelölje f és l. A szöveg alapján:
$2(f-1)=l$,
$f+9=l-1$. *(2 pont)*

A második egyenletből $l=f+10$, az első egyenletből $2(f-1)=f+10$, innen $f=12$. *(2 pont)*

12 fiú és 22 lány jár az osztályba. *(1 pont)*

Megjegyzés: Természetesen kevésbé formális, következtetéseken alapuló megoldások is elfogadhatók.

2. feladat: Az $ABCD$ trapézról a következőket tudjuk:

a) Az AB és CD oldalai párhuzamosak.

b) AB hossza 3-szorosa CD hosszának.

c) Az AD és BC szárak egyike 2-szer olyan hosszú, mint a másik.

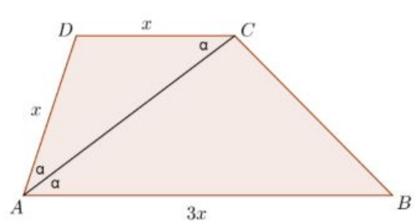
d) Az AC átló felezi az A csúcsnál lévő szöget.

e) $AD = 10$ cm.

Kiszámítható ezekből az összefüggésekből a trapéz kerülete? *(9 pont)*

2. feladat megoldás: Legyen $BAC\sphericalangle = CAD\sphericalangle = \alpha$, ekkor $DCA\sphericalangle = \alpha$ szintén, mert $BAC\sphericalangle$ és $DCA\sphericalangle$ váltószögek. (VAGY: $ADC\sphericalangle = 180° - 2\alpha$ (trapéz), így $DCA\sphericalangle = 180° - (180° - 2\alpha) - \alpha = \alpha$.) *(2 pont)*

ADC tehát egyenlőszárú háromszög. Legyen $AD = x$, ekkor $DC = x$, $AB = 3x$ (**ábra**). *(2 pont)*



Jó ábra. *(1 pont)*

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter, Orosz Gyula, Pereczes Marianna
Lektorálta: Gyenes Zoltán, Lenger Dániel

1. eset: Ha $BC = 2AD = 2x$, akkor a trapéz kerülete $3x + x + x + 2x = 7x = 70$ cm. *(2 pont)*

2. eset: Ha $BC = \frac{AD}{2} = \frac{x}{2}$, akkor $AD + DC + CB = 2,5x < 3x = AB$. Ez az eset nem lehetséges, mert az $ADCB$ töröttvonal nem lehet rövidebb az AB szakasznál. *(1 pont)*

A trapéz kerülete tehát 70 cm. *(1 pont)*

3. feladat: András egy feladatkitűző játékgépet kapott karácsonyra, amelynek az egyik játéka a következő.

A gép kiír egy pozitív egész számot. Andrásnak ekkor két prímszámot kell megadnia a gépnek úgy, hogy a számok szorzatánál eggyel nagyobb szám legyen a gép által kiírt szám. (Ha például a gép kiírja a 16-ot, akkor András megadhatja a 3-at és 5-öt, mert $3 \cdot 5 + 1 = 16$.)

Melyik az a legnagyobb kétjegyű pozitív egész szám, amit kiírhat a gép? (Tehát amire válaszul András meg tud adni két megfelelő prímszámot.) *(8 pont)*

3. feladat megoldás: Jelölje a és b a két prímszámot. Ha a legnagyobb kiírt kétjegyű szám

a) 99, akkor $ab + 1 = 99$, azaz $ab = 98$ lenne, de ez nem két prímszám szorzata. ($98 = 2 \cdot 7^2$.) *(2 pont)*

b) 98, akkor $ab + 1 = 98$, azaz $ab = 97$ lenne, de ez prímszám. *(2 pont)*

c) 97, akkor $ab + 1 = 97$, azaz $ab = 96$ lenne, de ez nem két prímszám szorzata (osztható pl. 8-cal). *(2 pont)*

d) 96, akkor $ab + 1 = 96$, azaz $ab = 95$. $95 = 5 \cdot 19$, vagyis felírható két prímszám szorzataként.

A 96 a legnagyobb kétjegyű pozitív egész szám, amit kiírhat a gép. *(2 pont)*

4. feladat: Melyik igaz, melyik hamis az alábbi állítások közül? Válaszodat indokold is!

a) Van két olyan pozitív egész szám, amelyek legnagyobb közös osztójánál 58-cal nagyobb a legkisebb közös többszörösük 2-szerese.

b) Egy húsztagú társaság két tagja András és Béla, és mindkettőjüknek $10-10$ ismerőse van a társaságban. Állítás: ekkor biztosan van olyan tagja a társaságnak, akit mindketten ismernek. *(6 pont)*

4. feladat megoldás:

a) Az állítás igaz. *(1 pont)*

Egy helyes példa megadása. *(2 pont)*

Megjegyzés: A lehetséges példák (2, 30), (6, 10) és az (58, 58) is.

Levezetés: A legnagyobb közös osztót jelölje O, a legkisebb közös többszöröst T. Az $O + 58 = 2T$ egyenletből O osztója 58-nak és páros, így $O = 2$ vagy $O = 58$.

Ha $O = 58$, akkor $T = 58$, és a két szám $(x, y) = (58, 58)$.

Ha $O = 2$, akkor $T = 30$, és a két szám vagy $2 \cdot 1$ és $2 \cdot 15$, azaz $(x, y) = (2, 30)$; vagy $2 \cdot 3$ és $2 \cdot 5$, azaz $(x, y) = (6, 10)$.

b) Az állítás nem igaz. *(1 pont)*

Ha András és Béla ismeri egymást, és a maradék 18 személyből mindketten $9-9$ különbözőt ismernek, akkor nincs közös ismerősük. *(2 pont)*

5. feladat: 2 piros, 2 kék és 2 zöld, egyforma méretű golyó van egy dobozban. A golyók közül kihúzunk hármat és sorba tesszük őket. Hányféle sorozatot kaphatunk így? *(6 pont)*

5. feladat 1. megoldás:

1. eset: x, y, z típus, azaz három különböző színű golyót húzunk ki. Ezek sorrendje $3 \cdot 2 = 6$-féle lehet

(2 pont)

2. eset: x, x, y típus, azaz a golyók között van 2 egyforma színű. Ekkor x-et 3-féleképpen, y-t 2-féleképpen választhatjuk ki, és a golyóknak 3-féle sorrendje lehet. Ez az eset $3 \cdot 2 \cdot 3 = 18$-féleképpen lehetséges.

(3 pont)

Összesen $6 + 18 = 24$-féle sorozatot kaphatunk. *(1 pont)*

5. feladat 2. megoldás:

- Ha mindegyik kihúzott golyó mindhárom színű lehetne, akkor $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$-féle sorozatot kaphatnánk.

  (3 pont)

- Ezek közül nem lehetségesek azok a sorozatok, amelyekben mindhárom golyó azonos színű, ilyenből van 3 darab. *(2 pont)*

Összesen $27 - 3 = 24$-féle sorozatot kaphatunk. *(1 pont)*

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter, Orosz Gyula, Pereczes Marianna
Lektorálta: Gyenes Zoltán, Lenger Dániel

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
8. osztály
I. forduló
MEGOLDÁSOK

A feladatokra általában többféle megoldás adható,
az útmutatóban közölt megoldást és pontozást iránymutatónak szánjuk.
A részpontszámok minden esetben bonthatók,
a részletes pontozás a javító tanár szakmai döntésének eredménye.

1. feladat: Anyuka faggatja Peti nevű kisfiát, hogy mit tanultak ma matekórán.
—Miről volt ma szó matekórán?
—Valamiféle négyszögekről.
—Na, de mégis mifélékről? Deltoid, rombusz, paralelogramma, trapéz, vagy mi?
—Igen, igen, ezek közül valamelyikről.
—Jó, akkor mit tanultatok róla?
—Hogy mindig van olyan oldaluk, vagy talán szögük, ami megegyezik... már nem emlékszem, melyik.
—És mindig vannak párhuzamos oldalaik?
Erre Peti válaszolt valamit, amiből az anyukája ki tudta találni, hogy miről tanultak.

Mi volt Peti válasza és milyen négyszögekről tanultak ma a matekórán? *(6 pont)*

1. feladat megoldás: Ha Peti édesanyja utolsó kérdésére azt válaszolta volna, hogy vannak párhuzamos oldalai, akkor ezekből az adatokból még nem lehetett volna egyértelműen kitalálni, hogy milyen négyszögekkel foglalkoztak ma a matematika órán.

Hiszen ha a szögeik egyeznek meg, akkor a négyszög még lehetne a rombusz és a paralelogramma is, ha pedig bizonyos oldalaik, akkor is. *(3 pont)*

Ha nincsenek párhuzamos oldalaik, akkor az csak a deltoid vagy az általános négyszög lehet, viszont a deltoidnak vannak egyenlő nagyságú szögei és oldalai is. Tehát Peti válasza az, hogy nincsenek párhuzamos oldalaik és a mai napon a deltoidokról tanultak az iskolában. *(3 pont)*

2. feladat: Csilla a következőképpen gondolkodik. Anyukám, nagypapám és az én életkorom összege most pont 124 év. Négy évvel ezelőtt harmadannyi éves voltam, mint amennyi anyukám lesz nyolc év múlva. Ő viszont pont feleannyi idős volt négy évvel ezelőtt, mint amennyi a nagypapám lesz nyolc év mulva.

Hány éves most Csilla, ha mindhármuk életkora egész szám? *(6 pont)*

2. feladat megoldás: Jelölje Csilla életkorát x. *(1 pont)*

Csilla négy évvel ezelőtt $x-4$ éves volt, nyolc év múlva az anyukája ennek pont a háromszorosa, vagyis $3x-12$ éves lesz. *(1 pont)*

Ez azt jelenti, hogy négy évvel ezelőtt az anyukája éppen $3x-24$ éves volt, *(1 pont)*

nagypapája pedig ennek pont a duplája, vagyis $6x-48$ éves lesz. *(1 pont)*

Az édesanyja ezek szerint most $3x-20$, nagypapája pedig $6x-56$ éves. Összesen $x+3x-20+6x-56=124$. Az egyenletet megoldva $x=20$. *(1 pont)*

Ellenőrzés:

	Csilla	Anya	Papa
Most	20	40	64
4 évvel ezelőtt	16	36	60
8 év múlva	28	48	72

vagyis Csilla most 20 éves

Az ellenőrzés szükséges, hogy meggyőződhessünk arról, hogy ne lehessen senkinek az életkora negatív, irreálisan nagy stb. *(1 pont)*

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter, Orosz Gyula, Pereczes Marianna
Lektorálta: Gyenes Zoltán, Lenger Dániel

3. feladat: Öt család mindegyikében van pontosan egy lány és egy fiú gyermek. Minden gyerek ismer a vele azonos neműek közül legalább hármat. Mutassuk meg, hogy létezik egy fiú és egy lány, akik együtt minden más gyereket ismernek az öt családban. *(6 pont)*

3. feladat megoldás: Megmutatjuk, hogy létezik egy fiú, aki ismer minden más fiút és létezik egy lány, aki ismer minden lányt, így ez a páros ismerni fog mindenkit. Vizsgáljuk először a lányokat. Ha nem lenne olyan lány, aki minden más lányt ismerne, akkor az azt jelentené, hogy senki sem ismer négy másik lányt. Vagyis mindenki pontosan három másikat ismer. *(2 pont)*

Ha mind az öt lány pontosan három másikat ismer, akkor az ismerettségek száma (a lányok között) $\frac{5\cdot3}{2} = 7,5$, ami nem egész szám, tehát lehetetlen. Vagyis biztosan van olyan lány, aki 4 lányt, azaz minden más lányt ismer. *(2 pont)*

Ugyanez igaz a fiúknál is, vagyis létezik ilyen páros. *(2 pont)*

4. feladat: Határozzuk meg azt a legnagyobb egész számot, amelynek a számjegyei különbözőek és bármely két szomszédos jegy szorzata kisebb, mint 10. *(6 pont)*

4. feladat megoldás: Ha egy számjegy négynél nagyobb, akkor csak 0 vagy 1 lehet a szomszédja. *(1 pont)*

Emiatt a nagy számjegyek (5–9) csak 0 vagy az 1 közvetítésével fűzhetők össze. *(1 pont)*

A szám legfeljebb 7 jegyű, ugyanis, ha több lenne, akkor az 5, 6, 7, 8, 9 számjegyekből leglább három szerepelne benne, ami nem összefűzhető a 0 és 1 segítségével. *(2 pont)*

Az 5, 6, 7 jegyeket kivéve, a maradékot csökkenő sorrendbe rendezve kapjuk a 9180423-at, ami a legnagyobb ilyen szám. *(2 pont)*

Indoklás nélkül a jó megoldás közlése esetén 3 pont adható. Ha talál más hétjegyű konstrukciót, akkor 2 pont, ha hatjegyűt, akkor 1 pont adható.

5. feladat: Az $ABCD$ paralelogramma AC átlója az A csúcsnál lévő szöget $DAC\sphericalangle = 30°$ és $BAC\sphericalangle = 45°$-os részre osztja. Mekkora a paralelogramma területe, ha a hosszabbik oldala 2 egység hosszú? *(8 pont)*

5. feladat megoldás: Rajzoljunk ábrát. *(1 pont)*

A paralelogramma oldalai közül a $BC = AD$ a hosszabb, mert az ABC háromszögben nagyobb szöggel szemben hosszabb oldal található. *(1 pont)*

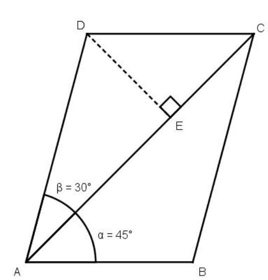
Húzzuk be az ACD háromszögben a DE magasságot. *(1 pont)*

Ez az ADC háromszöget egy félszabályos és egy egyenlő szárú derékszögű háromszögre bontja. *(1 pont)*

Így a DE szakasz hossza 1 egység. *(1 pont)*

Az AE szakasz hossza $\sqrt{3}$. *(2 pont)*

Az ACD háromszög területe $\frac{(\sqrt{3}+1)\cdot 1}{2}$, ami a paralelogramma fele, vagyis a keresett terület $\sqrt{3}+1$. *(1 pont)*



A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter, Orosz Gyula, Pereczes Marianna
Lektorálta: Gyenes Zoltán, Lenger Dániel