

**Könnyebb-a a középszintű érettségi
a régi házi érettségi vizsgánál?
II.**

Írta: dr. Majoros Mária

Ebben a tanulmányban a jelenlegi érettségien kitűzött feladatokat olyan szempontból fogom összehasonlítani, hogy milyen matematikai ismereteket és gondolkodási eljárásokat feltételez a sikeres teljesítés.

			2008. középszintű érettségi vizsga
Tételek, definíciók, fogalmak	Matematikai kiszámítási eljárás	Gondolkodási eljárás vagy ötlet	Feladatok
Nyílt intervallum Számítási közép Belső pont Rendezett számhalmaz Számegyenes	Számítási közép meghatározása	Számítási közép alkalmazása	1. Adja meg a $\left] -\frac{3}{8}; -\frac{1}{8} \right[$ nyílt intervallum két különböző elemét! 2 pont
Kombináció	A megfelelő kombinatorikai kiszámítási eljárás alkalmazása	Kombinatorikai feladat felismerése, értelmezése Modellalkotás vagy modell felismerése, alkalmazása	2. Egy 7-tagú társaságban mindenki mindenkivel egyszer kezet fogott. Hány kézfogás történt? 2 pont
„nem nagyobb” Pozitív szám Oszthatóság Valószínűség	Osztás	Több feltétel együttes alkalmazása	3. Péter egy 100-nál nem nagyobb pozitív egész számra gondolt. Ezen kívül azt is megmondta Pálnak, hogy a gondolt szám 20-szal osztható. Mekkora valószínűséggel találja ki Pál elsőre a gondolt számot, ha jól tudja a matematikát? 2 pont
Egyenes arányosság	Szorzás, osztás	Modell felismerése, alkalmazása Következtetés	4. Ha fél kilogramm narancs 75 Ft-ba kerül, akkor hány kilogramm narancsot kapunk 300 Ft-ért? 2 pont
Függvény	Alapműveletek	Modell	5. Adja meg a valós

Valós számok halmaza Zérushely Helyettesítési érték		felismerése, alkalmazása	számok halmazán értelmezett $x \rightarrow x^2 - 5x$ másodfokú függvény zérushelyeit! Számítsa ki a függvény helyettesítési értékét az 1,2 helyen! 3 pont
Négyzet Középpontos tükrözés Négyzet szimmetria tulajdonságai Vektor Vektorműveletek	Vektorok összeadása	Modell felismerése és alkalmazása	6. Az $ABCD$ négyzet középpontja K , az AB oldal felezőpontja F . Legyen $\mathbf{a} = KA$ és $\mathbf{b} = KB$. Fejezze ki az \mathbf{a} és \mathbf{b} vektorok segítségével a KF vektort! 2 pont
Szükséges és elégséges feltétel Következtetés Speciális négyszögek és tulajdonságaik Halmaz és részhalmaz Állítás Állítás tagadása		Következtetés	7. Adja meg az alábbi állítások igazságértékét (igaz vagy hamis), majd döntse el, hogy a b) és a c) jelű állítások közül melyik az a) jelű állítás megfordítása! a) Ha az $ABCD$ négyszög téglalap, akkor átlói felezik egymást. b) Ha az $ABCD$ négyszög átlói felezik egymást, akkor ez a négyszög téglalap. c) Ha az $ABCD$ négyszög nem téglalap, akkor átlói nem felezik egymást. 4 pont
Egész szám Hányados Reciprok	Emeletes tört egyszerűbb alakra hozása	Matematikai szöveg értelmezése	8. Írja fel két egész szám hányadosaként a $2 + \frac{2}{3}$ szám reciprokának értékét! 2 pont
Abszolút érték Abszolút érték függvény Függvény transzformáció Szélsőérték Maximumhely Maximumérték		Modell értelmezése és alkalmazása	9. Mennyi az $f(x) = - x + 10$ ($x \in R$) függvény legnagyobb értéke, és hol veszi fel ezt az értéket? 2 pont
Számtani sorozat	n-ik tag	Modell felismerése	10. Egy számtani sorozat

Differencia Első tag n-ik tag	kiszámítása	és alkalmazása	első tagja -3 , differenciája -17 . Számítsa ki a sorozat 100-adik tagját! Számítását részletezze! 3 pont
Algebrai tört Egyszerűsítés Azonos átalakítás Értelmezési tartomány	Kiemelés	Modell felismerése és alkalmazása	11. Egyszerűsítse az $\frac{x+8}{x^2+8x}$ algebrai törtet! Tudjuk, hogy $x \notin \{-8;0\}$. 2 pont
Halmaz Venn diagram Halmazműveletek Százalék Egyenes arányosság	Alapműveletek Százalékszámítás	Több feltétel együttes alkalmazása Szöveg értelmezése Matematikai modellek felismerése és alkalmazása Következtetés a felismert modellek alapján	12. Egy fordítóiroda angol és német fordítást vállal. Az irodában 50 fordító dolgozik, akiknek 70%-a angol nyelven, 50%-a német nyelven fordít. Hány fordító dolgozik mindkét nyelven? Válaszát indokolja! 4 pont
<p><i>Az új típusú érettségi vizsga első részének részletes elemzése alapján levonható következtetések:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <i>A matematikai fogalmak, definíciók és ismeretek tág területére mozgatják meg a feladatok megoldásai</i> <i>A matematikai műveletek szintjén valóban nem támaszkodik arra az algebratudásra, amelynek a számonkérése döntően meghatározta a korábbi érettségi vizsgák tartalmát.</i> <i>A gondolkodás szintjén elsősorban a modellek helyes felismerését és alkalmazását kéri. Egy másik jellemző gondolkodási eljárás a több feltétel felismerése és azok egyszerre történő alkalmazása.</i> <p><i>Összegezve a fent leírtakat, az új érettségi a fogalmak tiszta és világos értelmezését kéri, és a felismert modellek alkalmazását. Az algebrai átalakítások túlzott jelenlétére történő támaszkodást felváltotta a matematikai ismeretek világában történő helyes tájékozódás és az intelligens gondolkodás középpontba helyezése.</i></p>			
			II. rész (135 perc)
			A
Logaritmus Logaritmikus egyenlet Logaritmus azonosságai Értelmezési tartomány Halmazok metszete Másodfokú egyenlet	Többtagú kifejezések szorzata Azonos átalakítások Másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása Alapműveletek	Algebrai struktúra felismerése	13. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket! a) $\lg(x+15)^2 - \lg(3x+5) = \lg 20$ b) $25^{\sqrt{x}} = 5 \cdot 5^{3\sqrt{x}}$ 6 + 6 = 12 pont

Négyzetgyök Megoldóképlet Hatvány Hatványozás azonosságai Exponenciális egyenlet			
Alakzat egyenlete Kör egyenlete Egyenes egyenlete Metszéspont koordinátái Érintő Normálvektor Íránytangens Skaláris szorzat	Másodfokú két ismeretlenes egyenletrendszer megoldása Egyenletrendezés		14. Adott a koordináta- rendszerben az $A(9; -8)$ középpontú, 10 egység sugarú kör. a) Számítsa ki az $y = -16$ egyenletű egyenes és a kör közös pontjainak koordinátáit! b) Írja fel a kör $P(1; -2)$ pontjában húzható érintőjének egyenletét! Adja meg ennek az érintőnek az iránytangensét (meredekségét)! $8 + 4 = 12$ pont
Oszthatósági feltételek Ismétléses variáció	Szorzás	Több feltétel együttes alkalmazása Matematikai szöveg értelmezése	15. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyek felhasználásával ötjegyű számokat készítünk az összes lehetséges módon (egy számjegyet többször is felhasználhatunk). Ezek között hány olyan szám van, a) amely öt azonos számjegyből áll; b) amelyik páros; c) amelyik 4-gyel osztható? $3 + 4 + 5 = 12$ pont
			B
Kúp Csonkakúp Henger Térfogat Felszín Százalék Kerekítés Palást Pitagorasz tétel Négyzetgyök Törtrész Egész rész	Felszín és térfogat számítása Törtrészből egész részre következtetés Százalékszámítás	Vizuális fantázia Vázlat készítése Több feltétel együttes alkalmazása	16. Egy facölöp egyik végét csonka kúp alakúra, másik végét forgáskúp alakúra formálták. (Így egy forgástestet kaptunk.) A középső, forgáshenger alakú rész hossza 60 cm és átmérője 12 cm. A csonka kúp alakú rész magassága 4 cm, a csonka kúp fedőlapja pedig 8 cm átmérőjű. Az elkészült cölöp teljes hossza

			<p>80 cm.</p> <p>a) Hány m^3 fára volt szükség 5000 darab cölöp gyártásához, ha a gyártáskor a felhasznált alapanyag 18%-a a hulladék? (Válaszát egész m^3-re kerekítve adja meg!)</p> <p>Az elkészült cölöpök felületét vékony lakkréteggel vonják be.</p> <p>b) Hány m^2 felületet kell belakkozni, ha 5000 cölöpöt gyártottak? (Válaszát egész m^2-re kerekítve adja meg!)</p> <p>8 + 9 = 17 pont</p>
<p>Kamat</p> <p>Százalék</p> <p>Másodfokú egyenlet</p> <p>Exponenciális változás</p> <p>Kamatos kamat</p>	<p>Százalékszámítás</p> <p>Másodfokú egyenlet megoldása</p>	<p>Modell kiválasztása és helyes alkalmazása</p> <p>Szöveg értelmezése, és leírása</p> <p>matematikai összefüggések segítségével</p> <p>Törtrészből egész részre következtetés</p> <p>Visszafelé következtetés</p>	<p>17. A Kis család 700 000 Ft megtakarított pénzét éves lekötésű takarékbán helyezte el az <i>A</i> Bankban, kamatos kamatra. A pénz két évig kamatozott, évi 6%-os kamatos kamattal. (A kamatláb tehát ebben a bankban 6% volt.)</p> <p>a) Legfeljebb mekkora összeget vehettek fel a két év elteltével, ha a kamatláb a két év során nem változott?</p> <p>A Nagy család a <i>B</i> Bankban 800 000 Ft-ot helyezett el, szintén két évre, kamatos kamatra.</p> <p>b) Hány százalékos volt a <i>B</i> Bankban az első év folyamán a kamatláb, ha a bank ezt a kamatlábat a második évre 3%-kal növelte, és így a második év végén a Nagy család 907 200 Ft-ot vehetett fel?</p> <p>c) A Nagy család a bankból felvett 907 200 Ft-ért különféle tartós fogyasztási cikkeket vásárolt. Hány forintot kellett volna fizetniük ugyanezekért a fogyasztási cikkekért két évvel korábban, ha a vásárolt termékek ára az eltelt két év során csak a 4%-os átlagos</p>

			<p>éves inflációnak megfelelően változott? (A 4%-os átlagos éves infláció szemléletesen azt jelenti, hogy az előző évben 100 Ft-ért vásárolt javakért idén 104 Ft-ot kell fizetni.) 3 + 10 + 4 = 17 pont</p>
Valószínűség	Alapműveletek	<p>Szöveg értelmezése Helyzet felismerése Logikai szerkezet felismerése Következtetés</p>	<p>18. Egy szerencsejáték a következőképpen zajlik: A játékos befizet 7 forintot, ezután a játékvezető feldob egy szabályos dobókockát. A dobás eredményének ismeretében a játékos abbahagyhatja a játékot; ez esetben annyi Ft-ot kap, amennyi a dobott szám volt. Dönthet azonban úgy is, hogy nem kéri a dobott számnak megfelelő pénzt, hanem újabb 7 forintért még egy dobást kér. A játékvezető ekkor újra feldobja a kockát. A két dobás eredményének ismeretében annyi forintot fizet ki a játékosnak, amennyi az első és a második dobás eredményének szorzata. Ezzel a játék véget ér. Zsófi úgy dönt, hogy ha 3-nál kisebb az első dobás eredménye, akkor abbahagyja, különben pedig folytatja a játékot.</p> <p>a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy Zsófi tovább játszik? b) Zsófi játékának megkezdése előtt számítsuk ki, mekkora valószínűséggel fizet majd neki a játékvezető pontosan 12 forintot? Barnabás úgy dönt, hogy mindenképpen két dobást kér majd. Áttekinti a két dobás utáni lehetséges</p>

			egyenlegeket: a neki kifizetett és az általa befizetett pénz különbségét. c) Írja be a táblázat üres mezőibe a két dobás utáni egyenlegeket! d) Mekkora annak a valószínűsége, hogy Barnabás egy (két dobásból álló) játékában nyer? $4 + 6 + 4 + 3 = 17$ pont
--	--	--	--

A második rész áttekintése után arra a következtetésre juthatunk, hogy tartalmilag nagyon szerteágazó ismereteket kér számon a jelenlegi érettségi. Az ismeretek széles skálája alapján semmiképpen nem állíthatjuk, hogy igénytelen, sőt a régi érettségénél sokkal többet kér a jelenlegi. Ugyanakkor továbbra is azt látjuk, hogy a matematikai kiszámítás szintjén valamivel egyszerűbb a feladatok megoldása. Egészen pontosan, nem kér olyan mélységű algebrát, mint ami korábban annyira jellemző volt. Nem gondolom, hogy ez hiba.

Sain Márton a „Nincs királyi út!” című könyvében a püthagoreusokról a következőket írja: „A számok tudományának a művelése és a harmóniában való elmélyedés biztosította számukra az örök igazságok megismerését és az istenséghez való felemelkedést. Bármilyen furcsán hangzik: a püthagoreusoknál a matematikával való foglalkozás vallásos tevékenység volt...A sokféle dolog és jelenség között az isteni harmónia teremt rendet, az foglalja a mindenséget egységbe, és ez a harmónia ugyanaz, ami a számok tudományában és a zenében is fellelhető. Az ember igazi hivatása ennek a boldogságot biztosító harmóniának a megismerése, amelyhez a legeredményesebben a matematika művelése segíti hozzá.”

Mielőtt azt mondhatnánk, hogy nem lehet az ókorba visszamenni, és ilyen elavult nézetekre hivatkozni, gyorsan idézném a XX. század egyik legkiemelkedőbb elméjének, Paul Diracnak a gondolatait: „...azt hiszem, hogy minden fizikus közül Schrödinger hasonlított hozzám leginkább. Könnyebben egyetértettem vele, mint bárki mással. Azt hiszem azért, mert mindkettőnkben elevenen élt a matematikai szépség szeretete, s igen nagymértékben ez határozta meg a munkánkat. Valóságos hitkérdésnek tekintettük, hogy a természet alapvető törvényeit leíró egyenletekben nagy matematikai szépségnek kell rejtőzni. Ha tetszik, ez volt a vallásunk. Nagyon hasznos vallás volt ez, sok sikerünk alapjának tekinthető.”

Egészen biztos, hogy a jelenlegi érettségi nem tökéletes, de úgy gondolom, éppen ideje, hogy lefejtjük az iskolai matematikaoktatásról azt a túlburjánzó és öncélú algebrát, ami már-már teljesen megfojtja a gondolkodás szépségét.

Irodalomjegyzék:

- Majoros Mária: *Tankönyvírók felelősség* – Szakoktatás, 2008. április
 Majoros Mária: *Kormányos nélküli hajó* – Taní-tani, 2008. szeptember 46. szám
 Sain Márton: *Nincs királyi út!* – Gondolat, Budapest, 1986.
 A 2008. évi középszintű érettségi feladatai:
http://www.okm.gov.hu/letolt/okev/doc/erettségi_2008/k_mat_08maj_fl.pdf