Könnyebb-a a középszintű érettségi a régi házi érettségi vizsgánál? I.

Írta: dr. Majoros Mária

2004-ben változott meg az érettségi vizsga rendszere. 2003-ban utolsó alkalommal választhattak a gyerekek, hogy házi érettségi vizsgát tesznek, vagy központi érettségit választanak. 2004-től bevezettük a kétszintű érettségi rendszerét. Azóta állandó vita tárgyát képezi, hogy a középszintű vizsgán soha nem látott igénytelen számonkérés történik. Ezeket a kijelentéseket én mindig olyan környezetben hallottam, amikor az állítást egyetlen kiragadott feladattal támasztották alá. Az idei érettségi ilyen elhíresült feladata a következő volt:

Ha fél kilogramm narancs 75 Ft-ba kerül, akkor hány kilogramm narancsot kapunk 300 Ft-ért?

A májusi érettségi után egy-két alkalommal olyan TV csatornára tévedtem, ahol gyászos arcú szakemberek a könnyeikkel küzdve temették az oktatás régi színvonalát, és érvként mindig ez az egyetlen példa hangzott el.

Nemrég a kezembe került Gerőcs László cikke, amiben az emelt szintű érettségivel kapcsolatos elemzésében kifejt néhány olyan általános igazságot, amivel mélyen egyetértek.

> *„Sokszor kérdezik tőlem, miért kell nekünk olyan "borzalmas" dolgokkal traktálni a fiatalságot, mint például a logaritmus azonosságai vagy a koszinusztétel, netán a csonka gúla térfogata stb., hiszen a gyerekek nagy többségének minderre soha az életben nem lesz szüksége?.....*
>
> *.....mindezeket a dolgokat nem azért tanítjuk, mert valaha is használni fogja őket a diák, hanem azért, mert miközben a tanulók agyában végigvonul az a gondolkodási lépéssorozat, míg a megértés, a felfedezés, az alkalmazás különböző szintjei önállóan beépülnek gondolkodásának struktúrájába, addig olyan fejlődésen, csiszoltságon megy keresztül a gondolkodásának képessége (amit persze maga a diák sem vesz észre), hogy a folyamat végén (az érettségi vizsga tájékán) valóban tiszta fejjel, logikusan, fegyelmezetten gondolkodó ember válik (válhat) belőle. S bárhová is kerül az életben a diák, ezekre a képességekre mindenütt óhatatlanul nagy szüksége lesz, e képességeket mindenütt nagy haszonnal tudja majd alkalmazni leendő munkahelyein.”*

Valóban, a matematikaoktatás egyik legfontosabb eredménye az értelmes gondolkodás kialakítása. Tőlem is meg szokták kérdezni a gyerekek, mi értelme van bizonyos matematikai ismeretek elsajátításának, amikor kicsi a valószínűsége, hogy például orvosként valaha is használná azokat valaki. Azt szoktam mondani, hogy orvosként van csak igazán szükség például a több feltétel egyszerre történő figyelembe vételére – amit például egyenletek megoldáshalmazának a megkeresésével, függvények értelmezési tartományának a meghatározásával, vagy összetett geometriai problémák feltételrendszereinek összevetésével lehet megtanulni – vagy a halmazszemléletű gondolkodásra, amikor például tünetek alapján kell egy betegséget diagnosztizálni. Rengeteg példát lehetne sorolni az élet bármely területéről. Tudomásul kell vennünk, hogy a matematika tanításának az ismeretek közvetítésén messze túlmutató hatása a gondolkodás kiművelése.

Pontosan ezért matematikatanárként nagyon zavarnak az olyan felületes állítások, amelyek nem az egészet hasonlítják össze, hanem egy érvet éppen alátámasztó partikuláris elemmel azonosítják a teljes problémát.

Úgy gondolom, ha megalapozott szakmai következtetést szeretnénk levonni a jelenlegi érettségivel kapcsolatban, akkor legalább egy teljes feladatsort kellene összehasonlítanunk a régi típusú házi érettségi egy teljes feladatsorával. Persze ez az összehasonlítás sem tekinthető teljesnek olyan szempontból, hogy az egyes évek feladatsorainak nehézségi szintje eltérő. Ugyanakkor ez az eltérés nem olyan nagy, hogy más feladatsorok összehasonlítása a lényeget tekintve más következtetést eredményezne.

Az egyszerűség kedvéért az összehasonlításhoz a két utolsó vizsga feladatsorait vettem alapul, tehát a 2003. év házi érettségijének feladatsorát fogom összehasonlítani a 2008. májusi középszintű érettségi feladataival.

2003. házi érettségi vizsga (180 perc)	**2008. középszintű érettségi vizsga**
	I. rész (45 perc)
	1. Adja meg a $\left]-\frac{3}{8};-\frac{1}{8}\right[$ nyílt intervallum két különböző elemét! ***2 pont***
	2. Egy 7-tagú társaságban mindenki mindenkivel egyszer kezet fogott. Hány kézfogás történt? ***2 pont***
	3. Péter egy 100-nál nem nagyobb pozitív egész számra gondolt. Ezen kívül azt is megmondta Pálnak, hogy a gondolt szám 20-szal osztható. Mekkora valószínűséggel találja ki Pál elsőre a gondolt számot, ha jól tudja a matematikát? ***2 pont***
	4. Ha fél kilogramm narancs 75 Ft-ba kerül, akkor hány kilogramm narancsot kapunk 300 Ft-ért? ***2 pont***
	5. Adja meg a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto x^2 - 5x$ másodfokú függvény zérushelyeit! Számítsa ki a függvény helyettesítési értékét az 1,2 helyen! ***3 pont***
	6. Az *ABCD* négyzet középpontja *K*, az *AB* oldal felezőpontja *F*. Legyen $\mathbf{a} = \overrightarrow{KA}$ és $\mathbf{b} = \overrightarrow{KB}$. Fejezze ki az **a** és **b** vektorok segítségével a $\overrightarrow{KF}$ vektort! ***2 pont***
	7. Adja meg az alábbi állítások igazságértékét (igaz vagy hamis), majd

	döntse el, hogy a b) és a c) jelű állítások közül melyik az a) jelű állítás megfordítása! a) Ha az *ABCD* négyszög téglalap, akkor átlói felezik egymást. b) Ha az *ABCD* négyszög átlói felezik egymást, akkor ez a négyszög téglalap. c) Ha az *ABCD* négyszög nem téglalap, akkor átlói nem felezik egymást. ***4 pont***
	8. Írja fel két egész szám hányadosaként a $2+\frac{2}{3}$ szám reciprokának értékét! ***2 pont***
	9. Mennyi az $f(x)=-\lvert x\rvert+10$ $(x\in R)$ függvény legnagyobb értéke, és hol veszi fel ezt az értéket? ***2 pont***
	10. Egy számtani sorozat első tagja –3, differenciája –17. Számítsa ki a sorozat 100-adik tagját! Számítását részletezze! ***3 pont***
	11. Egyszerűsítse az $\frac{x+8}{x^2+8x}$ algebrai törtet! Tudjuk, hogy $x\notin\{-8;0\}$ ***2 pont***
	12. Egy fordítóiroda angol és német fordítást vállal. Az irodában 50 fordító dolgozik, akiknek 70%-a angol nyelven, 50%-a német nyelven fordít. Hány fordító dolgozik mindkét nyelven? Válaszát indokolja! ***4 pont***
(1) Oldja meg a következő egyenletrendszert a $-3 \le x < 0$, $0\le y < 6$ számhalmazon! $3x + 2y = 1$ $7x + 5y = 4$ (Fgy. 620.) ***8 pont***	
(5) Mely valós számokra értelmezhető az a) b) kifejezés? (Fgy. 1601.) ***9 pont***	
(6) Mekkorák a háromszög szögei, ha a második 10 fokkal nagyobb az első kétszeresénél, a harmadik pedig 30 fokkal kisebb a másodiknál? (Fgy. 1206.) ***9 pont***	

	II. rész (135 perc)
	A
	13. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket! **a)** $\lg(x+15)^2 - \lg(3x+5) = \lg 20$ **b)** $25^{\sqrt{x}} = 5 \cdot 5^{3\sqrt{x}}$ ***6 + 6 = 12 pont***
	14. Adott a koordináta-rendszerben az $A(9;-8)$ középpontú, 10 egység sugarú kör. **a)** Számítsa ki az $y=-16$ egyenletű egyenes és a kör közös pontjainak koordinátáit! **b)** Írja fel a kör $P(1\,;-2)$ pontjában húzható érintőjének egyenletét! Adja meg ennek az érintőnek az iránytangensét (meredekségét)! ***8 + 4 = 12 pont***
	15. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyek felhasználásával ötjegyű számokat készítünk az összes lehetséges módon (egy számjegyet többször is felhasználhatunk). Ezek között hány olyan szám van, **a)** amely öt azonos számjegyből áll; **b)** amelyik páros; **c)** amelyik 4-gyel osztható? ***3 + 4 + 5 = 12 pont***
(2) A téglalap két oldala közül az egyik 3 dm-rel nagyobb, mint a másik. Az átló 6 dm-rel kisebb, mint a félkerület. Állapítsa meg az oldalak hosszúságát! (Fgy. 1830.) ***12 pont***	
	B
(4) Egy 10 cm sugarú gömb köré olyan csonkakúpot írunk, amelynek alkotója 70 fokos szöget zár be az alaplappal. Mekkora a csonkakúp felszíne? (Fgy. 2747.) ***16 pont***	16. Egy facölöp egyik végét csonka kúp alakúra, másik végét forgáskúp alakúra formálták. (Így egy forgástestet kaptunk.) A középső, forgáshenger alakú rész hossza 60 cm és átmérője 12 cm. A csonka kúp alakú rész magassága 4 cm, a csonka kúp fedőlapja pedig 8 cm átmérőjű. Az elkészült cölöp teljes hossza 80 cm. **a)** Hány m3 fára volt szükség 5000 darab cölöp gyártásához, ha a gyártáskor a felhasznált alapanyag 18%-a a hulladék?

	(Válaszát egész m3-re kerekítve adja meg!) Az elkészült cölöpök felületét vékony lakkréteggel vonják be. **b)** Hány m2 felületet kell belakkozni, ha 5000 cölöpöt gyártottak? (Válaszát egész m2-re kerekítve adja meg!) ***8 + 9 = 17 pont***
(3) Egy mértani sorozat első három tagjának a szorzata 216. Ha a harmadik számot 3-mal csökkentjük, egy számtani sorozat első három tagját kapjuk. Határozza meg a mértani sorozatot! (Fgy. 2594.) ***16 pont***	*17.* A Kis család 700 000 Ft megtakarított pénzét éves lekötésű takarékban helyezte el az *A* Bankban, kamatos kamatra. A pénz két évig kamatozott, évi 6%-os kamatos kamattal. (A kamatláb tehát ebben a bankban 6% volt.) **a)** Legfeljebb mekkora összeget vehettek fel a két év elteltével, ha a kamatláb a két év során nem változott? A Nagy család a *B* Bankban 800 000 Ft-ot helyezett el, szintén két évre, kamatos kamatra. **b)** Hány százalékos volt a *B* Bankban az első év folyamán a kamatláb, ha a bank ezt a kamatlábat a második évre 3%-kal növelte, és így a második év végén a Nagy család 907 200 Ft-ot vehetett fel? **c)** A Nagy család a bankból felvett 907 200 Ft-ért különféle tartós fogyasztási cikkeket vásárolt. Hány forintot kellett volna fizetniük ugyanezekért a fogyasztási cikkekért két évvel korábban, ha a vásárolt termékek ára az eltelt két év során csak a 4%-os átlagos éves inflációnak megfelelően változott? (A 4%-os átlagos éves infláció szemléletesen azt jelenti, hogy az előző évben 100 Ft-ért vásárolt javakért idén 104 Ft-ot kell fizetni.) ***3 + 10 + 4 = 17 pont***
	18. Egy szerencsejáték a következőképpen zajlik: A játékos befizet 7 forintot, ezután a játékvezető feldob egy szabályos dobókockát. A dobás eredményének ismeretében a

	játékos abbahagyhatja a játékot; ez esetben annyi Ft-ot kap, amennyi a dobott szám volt. Dönthet azonban úgy is, hogy nem kéri a dobott számnak megfelelő pénzt, hanem újabb 7 forintért még egy dobást kér. A játékvezető ekkor újra feldobja a kockát. A két dobás eredményének ismeretében annyi forintot fizet ki a játékosnak, amennyi az első és a második dobás eredményének szorzata. Ezzel a játék véget ér. Zsófi úgy dönt, hogy ha 3-nál kisebb az első dobás eredménye, akkor abbahagyja, különben pedig folytatja a játékot. **a)** Mennyi annak a valószínűsége, hogy Zsófi tovább játszik? **b)** Zsófi játékának megkezdése előtt számítsuk ki, mekkora valószínűséggel fizet majd neki a játékvezető pontosan 12 forintot? Barnabás úgy dönt, hogy mindenképpen két dobást kér majd. Áttekinti a két dobás utáni lehetséges egyenlegeket: a neki kifizetett és az általa befizetett pénz különbségét. **c)** Írja be a táblázat üres mezőibe a két dobás utáni egyenlegeket! **d)** Mekkora annak a valószínűsége, hogy Barnabás egy (két dobásból álló) játszmában nyer? ***4 + 6 + 4 + 3 = 17 pont***
(7) A régi típusú érettséginek volt egy olyan feladata, amire fel lehetett készülni azzal, hogy előre megadott elméleti tételekből választották. 2003-ban ez a 22. tétel volt: *Bizonyítsa be a másodfokú egyenlet gyökei és együtthatói közötti összefüggéseket!* (Fgy. 22.)	

Mielőtt rátérnénk a két érettségi részletes tartalmi összehasonlítására, vizsgáljuk meg a feladatsorokat egy nagyon gyakran elhangzó érv szempontjából.

Az érv, ami mindig elhangzik, ha valaki bírálja a középszintű érettségi színvonalát, hogy egy nyolcadikos gyerek is le tud vizsgázni, tehát szinte fölösleges, hogy a gyerekek elvégezzék a középiskolát. A lehetséges eredményeket 3 szinten próbálom elképzelni:

- Értelmes nyolcadikos tanuló
- Átlagos matematikai képességekkel rendelkező nyolcadikos gyerek
- Gyenge eredményeket mutató gyerek

Ha ránézünk a feladatsorokra, akkor azt látjuk, hogy a régi érettségi 3 feladatát tudta volna egy nyolcadikos gyerek megoldani:

(1) 620. két ismeretlenes egyenletrendszer megoldása
(2) 1830. Pitagorasz tétel alkalmazása után hiányos másodfokú egyenletre vezet a megoldás, amit kiemelésre épülő szorzattá alakítással ki lehet számolni

(6) 1206. a háromszög belső szögeinek összefüggését használó szöveges egyenlet megoldása

Egy értelmes nyolcadik osztályos gyerek minimum 29 pontot tudott volna szerezni. Ha hozzávesszük, hogy a sorozatokról is hallanak a gyerekek az általános iskola befejezéséig, akkor egy értelmes gyerek a sorozatos feladat megoldásánál is tudott volna részpontszámot szerezni. Miután az eredmények kis számok, ezért a próbálgatással történő megoldásnak is van esélye.

- Tehát egy értelmes nyolcadikos gyerek legalább egy erős közepes osztályzatot tudott volna szerezni.
- Egy áltagos képességű gyerek is leérettségizne.
- Egy gyenge tanuló feltételezésem szerint elég kevés pontot tudna szerezni, mert mindenhol algebrához kötött szimbolikus gondolkodásra van szükség.

Nézzük meg a májusi középszintű feladatsort. A sok feladat miatt az áttekinthetőséget javítja, ha táblázatba foglaljuk a 17 feladat – a fenti szempont alapján történő – elemzését.

A feladat sorszáma	**Nyolcadik osztályig tanított téma**	**Jó képességű 8. osztályos gyerek várható eredménye**	**Átlagos képességű gyerek várható eredménye**	**Gyenge képességű gyerek várható eredménye**
I.rész				
1.	Igen	2	2	?
2.	Igen	2	2	?
3.	Igen	2	2	?
4.	Igen	2	2	2
5.	Részben	?	0	0
6.	Nem	0	0	0
7.	Igen	4	2-4	?
8.	Igen	2	2	?
9.	Részben	2	?	0
10.	Részben	?	0	0
11.	Igen	2	?	?
12.	Igen	4	3-4	?
II. rész				
A				
13.	Nem	0	0	0
14.	Nem	0	0	0
15.	Részben	7-12	?	0
B				
16.	Nem	0	0	0
17.	Részben	7	3	0
18.	Részben	10-17	4-10	?

A spirális felépítés miatt egy téma többször is előfordul, de minden egyes új előfordulásnál bonyolultabb és összetettebb formában: ezt a „részben" jelöli.

Egy jő képességű nyolcadik osztályos gyerek szerintem tehát minimum 46 maximum 58-60 pontot tud megszerezni. Ha összevetjük a régebbi típusú érettségivel, akkor azt tapasztaljuk, hogy egy jó képességű gyerek nagyjából hasonló eredményt tud elérni, mint amit a régi típusú érettségivel tudott volna produkálni. Egy átlagos képességű gyerek eredménye várhatóan egy éppen elégséges teljesítmény. Ez is szinte teljesen megegyezik a 2004. előtti vizsgán kimutatható eredménnyel. És itt sem tudunk jóslásokba bocsátkozni a gyenge képességű gyerekek várható eredményét illetően. Ők feltételezhetően megbuknának.

Nagyon fontos megjegyzésnek tartom, hogy amikor itt nyolcadik osztályos gyerekekről beszélünk, akkor nem a szerkezetváltó gimnáziumok nyolcadik évfolyamára gondolok. És nem olyan általános iskolásokra, akik a matematikát emelt óraszámban tanulják, vagy egy kiemelt helyzetű iskola, például gyakorlóiskola tanulói.

Abból a szempontból tehát, hogy egy átlagos általános iskola tanulói milyen teljesítményt érnének el az új illetve a régi típusú érettségin, az összehasonlítás azt mutatja, hogy nem különbözik a két vizsga szintje.

A következő tanulmányban a két érettségin kitűzött feladatokat olyan szempontból fogom összehasonlítani, hogy milyen matematikai ismereteket feltételez a sikeres teljesítés.

Irodalomjegyzék

Gerőcs László: *Quo vadis, matematikaoktatás? - avagy egy számtantanár skrupulusai*
Népszava 2007. 06. 09.
vagy a neten: http://www.komal.hu/hirek/vegyes/gerocslaszlo-quovadis.h.shtml

A 2008. évi középszintű érettségi feladatai:
http://www.okm.gov.hu/letolt/okev/doc/erettsegi_2008/k_mat_08maj_fl.pdf