

3. Az a , b pozitív valós számokra az $a + b$, $a - b$, ab és $\frac{a}{b}$ kifejezések értéke növekvő sorrendben $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{3}$ és $\frac{7}{4}$. Melyik ez a két szám? (6 pont)

Megoldás. Mivel a négy érték között nincs negatív szám, ezért $a > b$, és így, $\frac{a}{b} > 1$, tehát $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$, vagy $\frac{a}{b} = \frac{7}{4}$. (2 pont)

Ha $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$, akkor $\frac{a+b}{a-b} = 7$. A maradó három tört közül csak $\frac{7}{4} : \frac{1}{4} = 7$, tehát $a + b = \frac{7}{4}$.
Ezért, $a = 1$, $b = \frac{3}{4}$. (2 pont)

Ha $\frac{a}{b} = \frac{7}{4}$, akkor $\frac{a+b}{a-b} = \frac{11}{3}$, ami nem szerepel a maradó három tört arányai között.

Ezért az egyetlen megoldás $a = 1$, $b = \frac{3}{4}$ és ezek kielégítik a feladat feltételeit. (2 pont)