

3. Egy osztályba 15 gyerek jár, és az osztálynak 4 társasjátéka van. Minden gyerek legalább 1 játékkal szeret játszani. Bizonyítsuk be, hogy az alábbi állítások között biztosan van igaz!

- A. Legalább 3 olyan gyerek van, aki pontosan 4 játékkal szeret játszani.
- B. Legalább 4 olyan gyerek van, aki pontosan 3 játékkal szeret játszani.
- C. Legalább 5 olyan gyerek van, aki pontosan 2 játékkal szeret játszani.
- D. Legalább 6 olyan gyerek van, aki pontosan 1 játékkal szeret játszani.

**Megoldás.** Tegyük fel indirekt, hogy egyik állítás sem igaz.

1 pont

Vagyis

- legfeljebb 2 olyan gyerek van, aki pontosan 4 játékkal szeret játszani,
- legfeljebb 3 olyan gyerek van, aki pontosan 3 játékkal szeret játszani,
- legfeljebb 4 olyan gyerek van, aki pontosan 2 játékkal szeret játszani,
- legfeljebb 5 olyan gyerek van, aki pontosan 1 játékkal szeret játszani.

1 pont

Mivel minden gyerek legalább 1 játékkal szeret játszani, ezért az összes gyereket csoportokba oszthatjuk aszerint, hogy pontosan 1, 2, 3, vagy 4 játékkal szeretnek játszani.

1 pont

Feltevésünk alapján ekkor legfeljebb  $5 + 4 + 3 + 2 = 14$  gyerek lehet az osztályban.

1 pont

Mivel  $14 < 15$ , ezért ellentmondáshoz jutottunk.

1 pont

Tehát hamis volt az indirekt feltevésünk, vagyis az állítások között biztosan van igaz.

1 pont