

## Mazug Anikó - 7.tehetséggondozó szakkör 2025.09.22.

1. A vámpírszámok eddig a napig szunnyadtak, de most felkeltek és a többi szám életére törnek. Olyan rég volt az utolsó vámpírszámtámadás Számvárosban, hogy minden információ a múltba veszett.

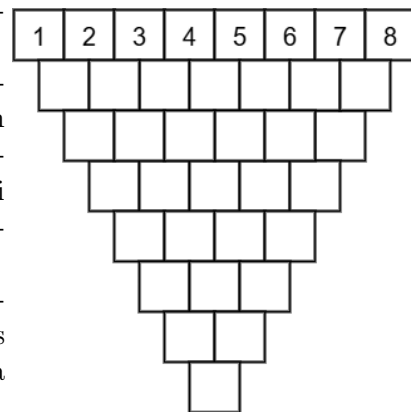
- a) Eddig a következő számokat támadták meg: 6; 14; 65; 7|1; 10|1; 1|37; 4|6|1. A vámpírszámok a megvastagított számrészeket nem szívták ki, azonban néhány számot egészen néhány számot darabokban szívtak ki. Mi a jelentősége a darabolásnak?
- b) A vámpírszámok nemcsak megtámadtak, de el is raboltak bizonyos számokat. A detektívek szerint ezek a számok immunisak lehetnek. Az elrabolt számok a következők: 2; 3; 5; 7; 23. Mitől lesz egy szám immunis?
- c) Vannak-e még a felsoroltakon kívül immunis számok?

Kísérletező Károly hietetlen új találmánnyal állt elő: nanonyuszik. Mivel a nannyszik hihetetlenül gyorsan szaporodnak, így a képen látható ketrec-rendszerbe zárta őket.

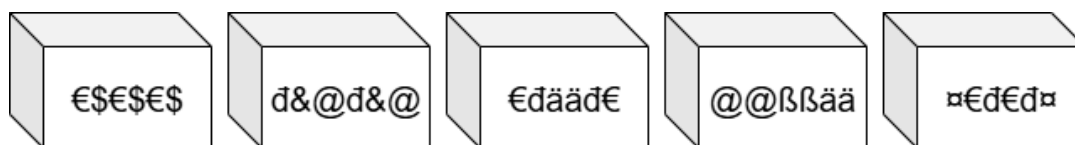
A piramis első sora mutatja, hogy egyes cellában hány nanonyuszi tartózkodik. Károly szaporítani akarja a nyuszikat, így az egymás melletti cellákban tartózkodókat egyszer összeengedi. Ekkor a különböző cellákban lévők szaporodni fognak egymással. Minden nyuszipár egy új nyuszt hoz létre, ami a szülők cellája alatti cellába kerül rögtön. A párosítás minden sorban megtörténik, így szaporodnak a nyuszik.

Minden cella maximum  $10^{80}$  darab nyuszt képes befogadni. Károly asszisztense kiszámolta, hogy a legalsó cellába mennyi nyuszt kerül, de sajnos károly leöntötte az eredményt kávéval, így a szám végén lévő összes nulla eltűnt. Minden ami maradt, az egy 46 számjegyű szám.

Beleférnek-e a nyuszik az alsó cellába?



3. Atlantisz egy újabb problémával találta szemben magát. Miután a Kráken nem tudja elpusztítani, egy zsoldossereget küldte a város ellen. A sereget hét triton tábornok vezeti, mindegyik alá tíz hidra hadnagy tartozik, akik mind 12 szirén századost irányítanak. A sereget le lehet fizetni gyöngyökkel. Ha a sereg egy nagy rakás gyöngyöt kap, akkor először a triton tábornokok egyenlően elosztják egymás között, majd minden triton a saját adagját elosztja egyenlően maga és a hadnagyai között, majd minden hidra a saját adagját elosztja egyenlően maga és a századosai között. Ha a kapott gyöngyöket a sereg nem tudja egyenlően elosztani, akkor elsüllyesztik a várost. A kincseskamrában 5 láda található, tele gyöngyökkel, azonban ősi számjegyekkel írták rá, hogy mennyi gyöngy található bennük. Melyik ládát kell választani, hogy a hadsereg elégedett legyen?



4. Van 100 db kétszínű (piros-kék) korongod. Mindegyik a kék színével felfelé van lerakva. Először fogasd meg az összeset. Másodszor forgasd meg minden másodikat. Majd minden harmadikat. És így tovább egészen százig. Meg tudod-e mondani az összes forgatás végrehajtása nélkül, hogy melyik korongok lesznek a piros oldalukkal felfelé a forgatások végén? Miért?
5. A Moirák a következő kártyajátékot játszik. Az asztalon előttük 1-23-ig megszámozott kártyák találhatók. A kezdőjátékos elvehet egy kártyát az asztalról, ha legalább egy osztója még az asztalon van. A

második játékos ekkor megkapja az elvett kártya összes osztóját. Ezt folytatják, amíg a kezdő játékos már nem tud elvenni semmit. A maradék kártya mind a második játékoshoz kerül. Ha a kezdőjátékos által begyűjtött kártyák értékének összege nagyobb mint a második játékosé, akkor a kezdőjátékos nyer, különben a második játékos nyer.

- a) Úgy döntöttél, hogy te is szeretnél játszani. A moirák téged jelölnek ki kezdőjátékosnak, és segítségül a 16-os lapot nyújtják neked kezdésként. Tudsz-e, úgy nyerni, hogy eveszed a 16-os kártyát?
- b) A Moirák elárulják, hogy ha a 2-es lapot elveszed, akkor visszatérhetsz a halálból, ha a 10-es lapot elveszed, akkor gazdag leszel, ha pedig a 6-os lapot elveszed, akkor megtalálod az igaz szerelmed. Meg tudod-e szerezni ezeket a kártyákat egyesével? Meg tudod-e szerezni a kártyákat egyszerre?

6. \*Nem nehéz megmutatni, hogy

$$\begin{aligned}2 & \text{ osztható } 2^1\text{-vel} \\3 \cdot 4 & \text{ osztható } 2^2\text{-nal} \\4 \cdot 5 \cdot 6 & \text{ osztható } 2^3\text{-nal}\end{aligned}$$

Fogalmazd meg a fenti állítások általánosítását és bizonyítsd be!