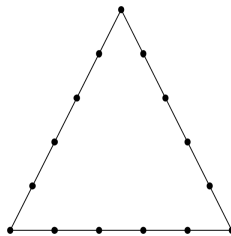


1. feladatsor

2014.02.24.

1. Four people go to buy letters at a local hardware store to spell their house numbers. Each letter is priced separately. The first person, who lives at number one, buys the letters O, N, E for \$2. The second person buys T, W, O for \$3, and the third person pays \$5 for the letters to spell ELEVEN. How much will the fourth person pay for TWELVE? (*Solutions are preferred in English.*)
2. Mutasd meg, hogy 5^n minden pozitív egész n esetén felírható két pozitív négyzetszám összegeként.
3. Hány olyan háromszög van, amelynek csúcsai az ábrán látható 15 pont közül kerülnek ki?



4. Két játékos a következő játékot játsza egy $1 \times n$ -es táblázatban (egy sorban n mező): felváltva lépnek, és a soron következő játékos a táblázat egy tetszőleges, még ki nem töltött mezőjébe egy S vagy egy O betűt ír be. Az a játékos nyer, akinek a lépése után három szomszédos mezőben az SOS szó olvasható. Ha az utolsó mező kitöltése után ilyen betűkombináció nem alakul ki, a játék döntetlennel végződik. Van-e valamelyik játékosnak nyerő stratégiája, ha
 - (a) $n = 5$?
 - (b) $n = 7$?
5. Az $ABCDEF$ szabályos hatszög oldalfelező pontjai P, Q, R, S, T és U . (P az AB oldal felezőpontja.) Megrajzoljuk az AR, BS, CT, DU, EP és FQ szakaszokat, így kialakul a szabályos hatszög belsejében egy kisebb szabályos hatszög. Mekkora a kis szabályos hatszög és az eredeti szabályos hatszög területének aránya?

Beadási határidő: 2014.03.03.

2. feladatsor

2014.03.04.

1. Az a , b , x valós számokra teljesül, hogy $(a + x)^3 - a^3 = (b + x)^3 - b^3$. Bizonyítsd be, hogy ekkor legalább egy teljesül a következő három állítás közül: $x = 0$, $a = b$ és $a + b + x = 0$.
2. Hány nullára végződik az $1^n + 2^n + 3^n + 4^n$ összeg?
3. Egy háromszögben a magasságok hossza 15 cm , 15 cm és 24 cm . Mekkora a háromszög oldalai?
4. Le lehet-e fedni egy 9×9 -es rácsnégyzetet 24 darab 2×2 -es rácsnégyzettel? (Egységnégyzetnek egységnégyzetre kell illeszkednie.)
5. Van-e prímszám a következő sorozatban a 101-en kívül?

101, 10101, 1010101, ...

Beadási határidő: 2014.03.10.

3. feladatsor

2014.03.18.

1. Van-e 199 egymást követő pozitív egész szám, melyeknél az első 100 négyzetének összege megegyezik a következő 99 négyzetének összegével?
2. Hol vannak a síkon azok az (x, y) koordinátájú pontok, melyekre teljesül, hogy

$$|x + y| + |x - y| = 4.$$

3. Mutasd meg, hogy 7 egész szám közül mindig kiválasztható négy darab, melyek összege osztható négygyel.
4. Egy háromszög szögei $\alpha = 15^\circ$, $\beta = 55^\circ$, $\gamma = 110^\circ$. Bizonyítandó, hogy $c^2 = b^2 + ab$.
5. Egy háromszög egyik csúcsánál lévő szögét a csúcsból induló magasságvonal és súlyvonal három egyforma részre osztja. Mekkora lehetnek a háromszög szögei?

Beadási határidő: 2014.03.24.

4. feladatsor

2014.03.25.

1. Legfeljebb hány színnel lehet egy 3×3 -as négyzetet kiszínezni úgy, hogy semelyik 1×3 -as (és 3×1 -es) részben ne szerepeljen három különböző szín?
2. Lehet-e találni olyan $0 < a < b < c < d$ valós számokat, melyekre teljesül az $a^2 - ab + b^2 > c^2 - cd + d^2$ egyenlőtlenség?
3. Melyik az a legkisebb kétjegyű pozitív egész n , melyre a következő szorzat négyzetszám?

$$(2^2 - 1) \cdot (3^2 - 1) \cdot \dots \cdot (n^2 - 1)$$

4. Bizonyítsd be, hogy 15 egész szám közül mindig ki lehet választani 8-at úgy, hogy az összegük osztható legyen 8-cal.
5. Egy háromszög egyik szögét a szög csúcsából induló magasságvonal, szögfelező és súlyvonal négy egyforma részre osztják. Mekkora a háromszög szögei?

Beadási határidő: 2014.03.31.

5. feladatsor

2014.04.01.

1. Ki lehet-e választani egy egységnégyzet belsejében vagy határán három pontot úgy, hogy az általuk alkotott háromszög területe nagyobb, mint fél?
2. Tokár Gábor (iskolánk egyik angoltanára) kérdezte egyszer tőlem, hogyan működik a következő számolási trükk: ha ki akarod számolni egy 50-nél kisebb szám (például a 43) négyzetét, akkor vedd a szám és az 50 különbségét (esetünkben 7). Ezután vond ki 2500-ból a kapott különbség 100-szorosát (esetünkben $2500 - 700 = 1800$), ehhez a számhoz pedig add hozzá a különbség négyzetét ($1800 + 49 = 1849 = 43^2$). Magyarázd meg, miért működik a trükk.
3. Egy derékszögű háromszög oldalainak hossza 5, 12 és 13 cm. Hány pont van a háromszög belsejében, amelynek az oldalaktól mért távolsága cm-ben mérve egész szám?
4. Szerkessz háromszöget, ha adott két oldala, és a két oldal között lévő szögfelező háromszögbe eső szakaszának hossza.
5. Legfeljebb hány színnel lehet kiszínezni egy $3 \times n$ -es téglalap alakú táblázat mezőit úgy, hogy semelyik 1×3 -as (és 3×1 -es) részben ne szerepeljen három különböző szín?

Beadási határidő: 2014.04.07.

6. feladatsor**2014.04.16.**

1. Határozd meg azokat a három egymást követő pozitív egész számból álló számhármast, melyekben a három szám prímosztói között nem szerepel 3-nál nagyobb prímszám.
2. Egy H halmaz azokból a racionális számokból áll, amelyek felírhatók $\frac{n}{2} + \frac{m}{5}$ alakban, ahol $0 \leq n \leq 100$ és $0 \leq m \leq 100$. Mennyi a H halmaz elemeinek összege?
3. Az úti sakkészletben dominó is található, amelyben a pöttyök számának legkisebb értéke 0, legnagyobb értéke pedig 6. A sakktábla széle peremmel van ellátva, hogy a bábuk ne csússzanak le róla. El lehet-e helyezni a dominókat úgy, hogy egy dominót se lehessen vízszintesen elmozdítani? (Egy dominó pontosan két mezőt foglal el a sakktáblán.)
4. Bizonyítsd be, hogy 5 általános helyzetű pont (semelyik 3 pont nem esik egy egyenesre) közül mindig kiválasztható 4, melyek konvex négyszöget alkotnak.
5. Az x és y valós számokra teljesül a következő:

$$\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} + \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} = 5.$$

Mennyi lehet

$$\frac{x^8 + y^8}{x^8 - y^8} - \frac{x^8 - y^8}{x^8 + y^8}?$$

Beadási határidő: 2014.04.23.