

2024.09.12.

1. Egy téglatest alakú sajtban a lyukak egyforma átmérőjű diszjunkt gömbök. Bizonyítsd be, hogy fel lehet osztani a téglatestet konvex részekre úgy, hogy mindegyik rész pontosan egy gömböt tartalmazzon.
2. Az ABCDEF húrhatszög AD, BE és CF átlója akkor és csak akkor megy át egy ponton, ha $AB \times CD \times EF = BC \times DE \times FA$.
3. Adott három kupac kavics. Egy megengedett lépés az, hogy egy kupacot megduplazzunk egy másik kupac kavicsait felhasználva. Bizonyítsd be, hogy akármilyen kiinduló állapot esetén elérhető, hogy az egyik kupac kiürüljön.
4. MEMO feladat: egy papírlappal letakart 2024 csúcsú konvex sokszöget kell kitalálnunk. Egy kérdéssel egy egyenest lehet megadni a papírlapon kívül, és válaszként megkapjuk azon támaszegyenését a sokszögnek, amely a megadott egyenessel azonos oldalán van a sokszögnek. Bizonyítsd be, hogy korlátos sok lépésben kitalálható a sokszög.
5. Bizonyítsd be, hogy ha egy konvex sokszögben mindegyik területfelező szakasznak a sokszögbe eső része legfeljebb 1 egység hosszúságú, akkor a sokszög területe kisebb, mint $\pi/4$.