

Számelmélet gyöngyszemek 2. (válogatás Dobos Sándor minikurzusának feladataiból)

Matematika OKTV-feladatok

Számelmélet: megoldási módszerek

11. OKTV.2011.2.1. A pozitív egész n szám osztóit nagyság szerint növekedve felírtuk, az első volt az 1. A sorrendben a hatodik lett a 35. Keressük meg azt a legkisebb n értéket, amire ezek teljesülnek.

12. OKTV.2012.2.1. Bizonyítsuk be, ha egy pozitív egész szám első és utolsó jegyének különbsége 5, akkor a szám és jegyeinek fordított sorrendjével felírt szám különbsége osztható 45-tel.

13. OKTV 2013.1.1. Melyek azok a pozitív p és q prímek, amelyekre a

$$p + q, \quad p + q^2, \quad p + q^3, \quad p + q^4$$

számok mindegyike prím?

14. OKTV 2013.1.3. Hány olyan ötjegyű tízes számrendszerbeli pozitív egész szám van, melyben a jegyek szorzata 50-re végződik?

15. OKTV 2013.2.1. Maximum hány egész számot választhatunk ki a

$$J = \{n \mid 1 < n < 121; n \in \mathbb{Z}\}$$

halmazból úgy, hogy közülük bármely kettő relatív prím legyen, ha egyikük sem lehet prím?

16. OKTV 2014.2.4. Határozzuk meg, mely pozitív egész a, b, c számokra teljesül az alábbi egyenlet:

$$a! \cdot b! = a! + b! + c!$$

17. OKTV 2015.1.3. A pozitív egész számok körében négy egymást követő páratlan szám négyzetének az összegét vizsgáljuk. Hány ilyen számnégyes van 1 és 100 között, amelyeknél ez a négyzetösszeg 36-tal osztható?

18. OKTV 2015.2.1. Legyen n pozitív egész szám és jelölje $n!!$ az n -nél nem nagyobb, vele azonos paritású pozitív egész számok szorzatát. Igazoljuk, hogy $2016!! - 2015!!$ osztható 2017-tel.

19. OKTV 2015.2.2. Mekkora lehet az x és y egész számok szorzata, ha

$$(6x)_5 + 4y = 508, \quad \text{és} \quad (6y)_5 - (2x)_7 = 64,$$

ahol az m és k egész számokra $(m)_k$ értéke k -nak az m -hez legközelebbi többese.

20. OKTV 2015.2.4. Határozzuk meg azokat a pozitív p prímszámokat, amelyekre az alábbi tört értéke négyzetszám:

$$\frac{2^{p-1} - 1}{p}.$$