

Inverzió, geometriai szerkesztések

Inverzió definíciója

Elnevezések

Alaptulajdonságok

Mj: terminológia

T: koncentrikus alapkörök esetén az alakzatok képei középpontosan hasonlóak

Fixpontok, fix alakzatok

Miért nem lehet az O képe pl. önmaga?

T: az alapkört merőlegesen metsző körök

Képpontok szerkesztése

Egyenes inverziója

T1: póluson áthaladó egyenes képe önmaga

T2: póluson át nem haladó egyenes képe olyan kör, amely

– a póluson átmegy

– középpontja a póluson átmenő, az egyenesre merőleges egyenesen van

Kör inverziója

T3: póluson áthaladó kör képe olyan egyenes, amely merőleges a kör O ponton átmenő átmérőjére ($T2$ duálisa)

T4: póluson át nem haladó k kör képe olyan k' kör, amelyre OKK' pontok kollineárisak

T5: kör középpontjának képe ált. nem a képkör középpontja!

T6: kör középpontjának képe soha nem a képkör középpontja!

Alakzatok inverz képei

T: érintő alakzatok inverzei érintők maradnak

T: az I egyenesre és körre szögtartó

Mj: 1. adott körhöz adott szögben metsző egyenes és kör szerkesztése

2. párhuzamosságtartás és szögtartás kapcsolata (4 eset)

Szerkesztések

Geogebra

egyszerűsödések:

- az I pólusát úgyesen választhatjuk meg
- az I alapkörét úgyesen választhatjuk meg (pl. könnyebb az alakzat inverzének szerkesztése, ha az eredeti alakzat metszi az alapkört)
- a póluson áthaladó körök képei egyenesek

bonyolódások:

- póluson át nem haladó egyenesek inverzei körök

Körérintési szerkesztések (Apollóniosz)

1. p p p M: körülírt kör
2. p p e M: 1. hatv 2. has 3. I
3. p p k M: I
4. p e e M: 1. has 2. I
5. p e k M: I
6. p k k M: 1. hatv 2. I
7. e e e M: hozzáírt körök (4 db)
8. e e k M: 1. zs - e e p 2. has
9. e k k M: zs - p e k
10. k k k M: zs - p k k

Egyéb szerkesztések

- szelők illeszkedése
- adott szögben metsző alakzatok
- bizonyítási feladatok

Koordinatizálás

Mj: $r := 1$; pólus = origó választás mellett

T: P' koordinátái

T: egyenes és kör inverziója

Mj: $x^2 + y^2$ -tel lehet szorozni (lyukas sík)

Kiegészítések

Szerkesztések csak körzővel