

21. foglalkozás

76. feladat n darab kis kockánk van. Meg akarjuk színezni a lapjaikat pirossal, kézzel és zölddel úgy, hogy az így kapott kockákból össze lehessen állítani egy $2 \times 2 \times 2$ -es csak piros lapú, majd azt szétszedve egy ugyanakkora kék, végül egy zöld kockát is. Legalább mekkora n ?

77. feladat Egy 9×9 -es táblázatba valós számokat írtunk. Minden 2×2 -es részben a négy szám összege pozitív. Igaz-e, hogy a nyolcvanegy szám összege is pozitív?

78. feladat Bizonyítsd be, hogy minden természetes n számra $n^5 - n$ osztható 30-cal!

79. feladat Jelölje $p(n)$ az n (tízes számrendszerbeli) természetes szám számjegyeinek a szorzatát! Számold ki a $p(1) + p(2) + p(3) + \dots + p(2022) + p(2024)$ összeg pontos értékét!

80. feladat Szerkesztési feladat a négyzetrácscon. A szerkesztéshez csak egyenes vonalzót használhatsz, derékszögű vonalzót és körzőt nem. (Ceruza természetesen a rendelkezésedre áll.) A vonalzóval rácspontokat és már meglévő pontokat köthetsz össze. (Rácspontot rácsponttal vagy szerkesztett ponttal, szerkesztett pontot szerkesztett ponttal vagy rácsponttal.) Adott két pont: $A = (-1; -2)$, $B = (9; 5)$.

Szerkessz legalább három olyan derékszögű háromszöget, amelyeknek AB szakasz az átfogója!

81. feladat Egy papíron nem látszik más, csak egy derékszögű koordinátarendszer két tengelye, valamint a (234, 1001) pont, és az az egyenes, ami átmegy ezen a ponton, és a koordinátatengelyekkel együtt egy egyenlőszárú háromszög oldalegyeneseit alkotják. Milyen sűrű négyzethálós papírt tudsz szerkeszteni, ha *csak az eredetileg a papíron levő egyenesekkel párhuzamos egyeneseket tudsz húzni*, már ismert pontokon keresztül? (Már ismert pont a papíron levő pont, illetve egyenesek metszéspontja, illetve bármilyen olyan pont, ami az általad meghúzott egyenesek metszéspontjaként áll elő.)