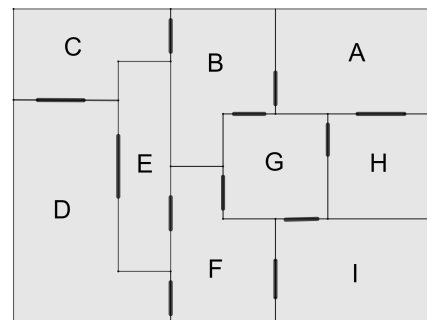


3. szakkör

3.1. feladat:

Egy múzeumi teremőr zárás után a legfelső emeleten levő termek minden ajtaját gondosan be kell zárja. Az emeletre néhány terembe lépcső vezet fel. A teremőr az egyik ilyen lépcsőn felmegy, majd úgy szeretné végigjárni a termeket, hogy minden ajtót, amelyen áthalad, rögtön gondosan bezár és utána már nem nyitja ki azokat újra. A bejárás közben a teremőr nem jöhet le az emeletről. Megteheti-e ezt a teremőr, és ha igen, mely termekben vezetnek a lépcsők?

A múzeumi termek térképe az ábrán látható, a vastagabb vonalak jelölik a termek közötti ajtókat.



3.2. feladat: Balambér házi feladatot készít otthon matematikából, de nem találja a körzőjét. A feladat az volt, hogy tükrözzön egy pontot egy egyenesre. Van egy egyenes vonalzója és egy pohara, amivel köröket tud rajzolni (mintha egy kör alakú vonalzókat használna). Segíts neki megoldani a feladatot! Adj meg egy módszert a szerkesztésre, és indokold is meg, hogy az miért jó!

3.3. feladat:

Egy gráf csúcsait azonosítjuk a $0, \dots, 12$ számokkal. Az x csúcsot akkor kötjük össze az y -nal, ha $x^2 - y^2$ osztható 4-gyel. Hány éle van ennek a gráfnak?

3.4. feladat: a) 13 gyerek ül egy asztal körül. Szétosztunk közöttük 13 kártyát, melyeken 1-től 13-ig szerepelnek az egész számok. Ezután minden gyerek megnézi a két szomszédjának kártyáját, és ha a bal oldali szomszédja előtt nagyobb szám van, mint a jobb oldali szomszédja előtt, akkor felemeli a bal kezét. (A saját lapjának értéke nem befolyásolja, hogy fel kell-e emelnie a kezét, csak a két szomszédjáé.) Ki lehet-e úgy osztani a lapokat, hogy csak egyetlen gyereknek kelljen felemelnie a bal kezét?

b) Mi lenne az előző kérdésre a válasz, ha eggyel kevesebben ülnének az asztal körül, és a 13-as számú kártyát nem osztanánk ki?

3.5. feladat: Az ABC egyenlőszárú háromszög AB szárára felmértük a BD szakaszt. ($BD < AB$) Az AC szár C-n túli meghosszabbításán felvettük az E pontot úgy, hogy $CE = BD$ legyen. A DE szakasz a háromszög BC alapját az F pontban metszi. Igazold, hogy F felezi a DE szakaszt!