

13. szakkör

A vonal felett még meg nem beszélt feladatok találhatóak az óéből. A vonal alatt az újévi feladatok vannak.

11.2. feladat: $n \geq 4$ idős hölgy mindegyike tud $1 - 1$ pletykát, azonban csak telefonhívásokon keresztül tudnak kommunikálni. Mutassuk meg, hogy $2n - 4$ hívással megoldható, hogy mindegyik hölgy megtudja mindegyik pletykát.

11.4. feladat: Egy papíron nem látszik más, csak egy derékszögű koordináta-rendszer két tengelye, valamint a $(234, 1001)$ pont, és az az egyenes, ami átmegy ezen a ponton, és a koordinátatengelyekkel együtt egy egyenlőszárú háromszög oldalegyeneseit alkotják. Milyen sűrű négyzethálós papírt tudsz szerkeszteni, ha *csak az eredetileg a papíron levő egyenesekkel párhuzamos egyeneseket tudsz húzni*, már ismert pontokon keresztül? (Már ismert pont a papíron levő pont, illetve egyenesek metszéspontja, illetve bármilyen olyan pont, ami az általad meghúzott egyenesek metszéspontjaként áll elő.)

12.4. feladat: Egy virágboltban háromféle virágot: rózsát, tulipánt és gerberát árulnak. Hányféle **a)** 5 szálas **b)** 7 szálas **c)** * 77 szálás csokrot lehet köttetni?

Két csokrot akkor tekintünk egyformának, ha mindhárom fajta virágból ugyanannyi szál van benne. Nem kell mindhárom fajta virágnak szerepelnie a csokorban.

12.5. feladat: Egy szigeten lovagok és bolondok élnek, a lovagok mindig igazat mondanak, a bolondok igazat vagy hamisat is állítanak, ahogy éppen kedvük tartja. Vendégként érkezünk egy szigetre, ahol tudjuk, hogy 2024 lovag és 1 bolond él. Bármikől megkérdezhetjük bárki másra rámutatva (kivéve önmagunkat, hiszen mi nem vagyunk szigetlakók), hogy milyen fajta ember a másik. Legalább hány kérdés kell ahhoz, hogy biztosan kitaláljuk, ki a bolond?

13.1. feladat: a) Egy szilveszteri összejövetelen egy baráti társaságban mindenki mindenkivel koccintott. Az összes koccintás számát négyzetre emelve éppen 2025-öt kapunk. Hány főből áll a társaság?

b)* Egy másik szilveszteri összejövetelen hatan vettek részt. Anna 4, Bálin 3, Cili, Dénes és Ede 2, Fanni pedig 1 embert ismert előzetesen. Hányféle ismerettségi gráf rajzolható?

13.2. feladat: Egy háromszög 60° -os szögét közrefogó oldal 2, illetve 3 egység hosszú. Darabold át a háromszöget egy szabályos hatszöggé!

13.3. feladat: Tekintsük a köbszámok sorozatát: $1, 8, 27, 64, 125, \dots$

a) Ha a szomszédosak különbségeit nézzük: $7, 19, 37, 61, \dots$ eddig csupa prímszám. Mindig prím lesz?

b) Bizonyítsd be, hogy két szomszédos köbszám különbsége sosem osztható 2-vel, 3-mal és 5-tel sem.

c) Két köbszám különbsége prímszám. Bizonyítsd be, hogy ez csak szomszédos köbszámokra lehetséges.

d) Két pozitív köbszám összege lehet-e prím (az $1 + 1 = 2$ összegén kívül)?