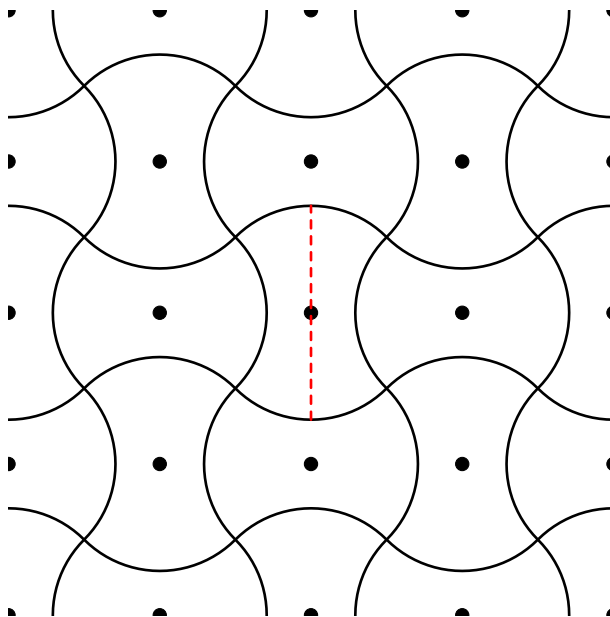


16. szakkör

16.1. feladat: Egy 3×3 -as táblázat mezőibe számokat írunk úgy, hogy minden sorban, oszlopban és a két átlóban a számok összege megegyezik. Bizonyítsd be, hogy az első sorba írt számok négyzetének összege megegyezik az utolsó sorba írt számok négyzetének összegével.

16.2. feladat: Az ábrán látható egybevágó csempéken szereplő ívek mindegyike olyan negyedkörív, amelynek a középpontja a megjelölt pontok egyike.

Hány cm^2 egy csempe területe, ha egy álló csempe magassága (a szaggatott szakasz hossza) 12 cm?



16.3. feladat: Számítsd ki a következő összeget:

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \dots + \frac{1}{2022 \cdot 2025}$$

16.4. feladat: Számítsuk ki a következő kifejezés pontos értékét:

$$\sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2024^2} + \frac{1}{2025^2}}$$

Ezen az oldalon a korábbi feladatsorokról még meg nem beszélt feladatok találhatók:

11.4. feladat: Egy papíron nem látszik más, csak egy derékszögű koordináta-rendszer két tengelye, valamint a $(234, 1001)$ pont, és az az egyenes, ami átmegy ezen a ponton, és a koordinátatengelyekkel együtt egy egyenlőszárú háromszög oldalegyeneseit alkotják. Milyen sűrű négyzethálós papírt tudsz szerkeszteni, ha *csak az eredetileg a papíron levő egyenesekkel párhuzamos egyeneseket tudsz húzni*, már ismert pontokon keresztül? (Már ismert pont a papíron levő pont, illetve egyenesek metszéspontja, illetve bármilyen olyan pont, ami az általad meghúzott egyenesek metszéspontjaként áll elő.)

12.4. feladat: Egy virágboltban háromféle virágot: rózsát, tulipánt és gerberát árulnak. Hányféle **a)** 5 szál **b)** 7 szál **c)** * 77 szál csokrot lehet köttetni?

Két csokrot akkor tekintünk egyformának, ha mindhárom fajta virágból ugyanannyi szál van benne. Nem kell mindhárom fajta virágnak szerepelnie a csokorban.

13.1. feladat: a) Egy szilveszteri összejövetelen egy baráti társaságban mindenki mindenkivel koccintott. Az összes koccintás számát négyzetre emelve éppen 2025-öt kapunk. Hány főből áll a társaság?

b)* Egy másik szilveszteri összejövetelen hatan vettek részt. Anna 4, Bálin 3, Cili, Dénes és Ede 2, Fanni pedig 1 embert ismert előzetesen. Hányféle ismeretségi gráf rajzolható?

13.3. feladat: Tekintsük a köbszámok sorozatát: $1, 8, 27, 64, 125, \dots$

a) Ha a szomszédosak különbségeit nézzük: $7, 19, 37, 61, \dots$ eddig csupa prímszám. Mindig prím lesz?

b) Bizonyítsd be, hogy két szomszédos köbszám különbsége sosem osztható 2-vel, 3-mal és 5-tel sem.

c) Két köbszám különbsége prímszám. Bizonyítsd be, hogy ez csak szomszédos köbszámokra lehetséges.

d) Két pozitív köbszám összege lehet-e prím (az $1 + 1 = 2$ összegén kívül)?

15.3. feladat: Legyenek az a, b és c olyan természetes számok, melyekre $a \mid b^2$, $b \mid c^2$ és $c \mid a^2$ teljesül.

a) Van ilyen feltételekkel olyan a, b, c számhármasság, melyre nem igaz, hogy $abc \mid (a + b + c)^6$?

b)* Mutassuk meg, hogy minden a feltételt teljesítő a, b, c számhármasságra $abc \mid (a + b + c)^7$.

Megjegyzés: $x \mid y$ azt jelenti, hogy x osztója y -nak.