

29. szakkör

29.1. feladat:

Ki lehet-e választani az alábbi számok közül kettőt úgy, hogy az összegük 1 legyen:

$$\frac{1}{100}, \frac{2}{99}, \dots, \frac{50}{51}$$

29.2. feladat: Nagymama nyáron egy tepszi süteményt süt két unokájának. Az egyik unoka csak a szélét, a másik unoka csak a belsejéből vágott darabokat szereti. Segíts a nagymamának, hogy hány szeletre szeletelje fel az egy tepszi süteményt a tepszi szélével párhuzamos vágásokkal, hogy mindkét unokájának ugyanannyi sütemény jusson?

29.3. feladat:

- a) Legyen p prím. Milyen k pozitív egész számra igaz, hogy p osztja a Pascal háromszög p . sorának k -adik elemét?
- b) Bizonyítsuk be, hogy a Pascal háromszög p -edik sorában a számok összege p -vel osztva 2 maradékot ad, ha p prím.

28.1. feladat: Létezik-e olyan függvény, aminek értelmezési tartománya és értékkészlete is a valós számok halmaza, és:

- a) minden valós számot pontosan egyszer vesz fel, és nem lineáris.
- b) minden valós számot pontosan kétszer vesz fel.
- c) minden valós számot pontosan háromszor vesz fel?

28.2. feladat: Matekórán a tanár megkérte a diákjait, hogy rajzoljanak egy öt csúcsú gráfot, ahol az egyes csúcsokból rendre 3, 2, 2, 2, 1 él indul ki. Ezután körbejárt a teremben, és arra lett figyelmes, hogy bár sok különbözőnek tűnő rajz született, lényegében sok hasonló volt köztük. Mit érdemes szerinted *lényegesen különbözőnek* nevezni az ilyen gráfok között? Hány *lényegesen* különböző rajz születhetett?

28.3. feladat: Hány *lényegesen különböző*, 5 csúcsú és 4 élű gráf létezik, melynek bármely csúcsából bármely csúcsába el lehet jutni éleken keresztül?

28.4. feladat:

- a) Van-e olyan hatszög, ami felbontható két egybevágó hatszögre?
- b) Van-e olyan ötszög, ami felbontható két egybevágó ötszögre?

26.3. feladat: k egy pozitív egész szám. A 2^k számot leírtuk, majd számjegyeit összekevertük. Így egy 2^k -nél nagyobb n számot kaptunk. Lehet-e n is kettő-hatvány?

24.1. feladat: A sík minden pontját szeretnénk kiszínezni úgy, hogy két pontosan 1 egység távolságra levő pont ne legyen ugyanolyan színű. Bizonyítsd be, hogy legalább 4 színre szükség van.

24.2. feladat: Az $ABCD$ négyzet AB oldalán kijelölünk egy e , AD oldalán pedig egy F pontot úgy, hogy $FCE\angle = 45^\circ$. A BC átlót a CE és a CF egyenesek három szakaszra osztják. Bizonyítsd be, hogy a három szakaszból derékszögű háromszög szerkeszthető!

22.3. feladat: Bergengócia folyóját két párhuzamos egyenes határolja. A folyó elválasztja egymástól Egyik és Másik települést. Építs hidat a folyóra úgy, hogy a két település közötti út minimális legyen. (A híd az egyenesekre merőleges szakasz.)