Budapesti Általános Iskolák Matematikaversenye
Döntő
5. osztály
2011.

1. **A gyerekek számokkal játszottak. Egy zacskóba tették azt a 10 cédulát, amelyre felírták 1-től 10-ig a számokat. Mindenki (öten) kihúzott 2-2 számot, és csak ennek a két számnak az összegét árulták el.: 11, 4, 7, 16, 17. Határozzuk meg, hogy ki, melyik számokat húzta!**

MEGOLDÁS:
A felírt számok: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10________________________1 p
A 4 csak 1+3 lehet.________________________3p
7=1+6=2+5=3+4, de az 1-est és a 3-ast már elhasználtuk, ezért csak 2+5 lehet.____________2p
Így 11-nek már csak a 7+4 maradt.________________________1p
A fennmaradt 6, 8, 9, 10 számok közül csak 9+8=17,________________________1p
és így 10+6=16. ________________________1p
A kihúzott számpárok tehát: 1+3, 2+5, 7+4, 10+6, 9+8________________________1p
össz.: 10p

2. **Hány olyan 4-jegyű szám van, amelyiknek**
***a)* minden jegye páros?**
***b)* legalább 1 jegye páratlan?**

MEGOLDÁS:
a) A felhasználható számjegyek: 0, 2, 4, 6, 8.________________________1p
Az ezresek helyiértékén 0 nem állhat, mert akkor a szám nem lesz 4-jegyű.
Itt 4 lehetőségünk van.________________________ 1p
A következő helyiértékek mindegyikén az 5 számjegy bármelyike állhat. Ez 5-5 lehetőség.____ 1p
A z ilyen 4-jegyű számok darabszáma tehát: 4x5x5x5________________________1p
=500________________________1p
Ha nem így számolt, hanem fagráfot rajzolt, vagy egy csokorban felsorolta az azonos számjeggyel kezdődőket, és a darabszámot megszorozta 4-gyel, az 5 pont akkor is megadható, ha megoldása jó.

*b)*Legalább 1 jegye páratlan mindazoknak a számoknak, melyeknek nem minden jegye páros.
Ezek száma tehát az összes négyjegyűek számából a csupa páros jegyűek száma.____________3p
A 4-jegyűek száma 9999 – 999 = 9000 (vagy 10x9x9x9)________________________1p
A csupa páros jegyűek számát az előbb kiszámoltuk: 500________________________1p
A keresettek száma tehát 9000-500 = 8500________________________1p
össz.: 10p

Ha az *a)* részben rosszul számolt, de a rossz eredménnyel a *b)*-ben jól számol tovább, akkor a *b)*részre megadható a pontszám.
Ha máshogy okoskodott: például kiszámolta külön-külön azoknak a számát, melyekben 1, 2, 3, 4 páratlan számjegy található, akkor is megadható a pontszám, ha megoldását részletesen leírta.
Ha csak a végeredmény helyes, arra 1p adható.

3. **Két hosszú hajú fiatal ül egy lépcsőn Furaországban, A és B.**
Ez az ország arról nevezetes, hogy lakóinak minden 3 kijelentése közül egy hazug és kettő igaz, vagy kettő hazug és egy igaz, azt azonban nem lehet tudni, hogy milyen sorrendben.
Lépcsőn ülő ifjaink a következő kijelentéseket teszik:
A:
- Minden természetes szám pozitív.
- Lány vagyok.
- 0-val nem tudunk szorozni.

B:

- 0-val nem tudunk osztani.

- Egy negatív és egy pozitív szám összege negatív is, pozitív is, vagy 0 is lehet.

- Nem olyan nemű vagyok, mint A.

Találd ki, melyikük milyen nemű? (Lány, vagy fiú?)

MEGOLDÁS:

A első állítása hamis, a 0 természetes szám és nem pozitív.__________________________2p
A harmadik állítása is hamis, ha 0-val szorzunk, az eredmény 0.______________________2p
A-nak tehát a második állítása igaz, ezért A lány.__________________________________1p

B első állítása igaz____1p
B második állítása is igaz (-2+2=0; -2+3=1; -2+1= -1)______példák nélkül 1p, példákkal__2p
B-nek tehát a harmadik állítása hamis,____1p
ezért a harmadik hazug: B olyan, mint A, tehát B is lány______________________________1p

össz.: 10p

4. **Egy téglatest élei cm-ekben mérve egész számok. Egy csúcsba futó élei közül az egyik 2-szerese, a másik 3-szorosa a legrövidebbnek.**
A térfogata 48 cm^3. Számítsd ki a felszínét!

MEGOLDÁS:

Rajz, amin látható az élek aránya____1p
A test 6 db egybevágó kockára bontható, ezek éle akkora, mint a téglatest legrövidebb éle.____1p
Egy ilyen kocka térfogata: 48:6=8 cm^3____1p
A kocka térfogata $a \times a \times a = 8$, ezért a kocka éle 2 cm____________________________________1p
A téglatest éleinek hossza tehát 2 cm, 2x2=4 cm, és 2x3=6 cm.___________________________1p

A= 2(ab+ ac+ ac) = 2(2x4+2x6 + 4x6) = 88 cm^2_______________________________________5p

össz.: 10p

Az itt közölt megoldásoktól eltérőkre is teljes pontszám adandó, ha azok leírása teljes.