Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
2019
8.osztály
Első forduló
Javítási útmutató

1. A 147 osztható 3-mal, így p = 3 lehet csak.
   Ekkor q + 2r = 48, tehát q = 2 lehet csak.
   Így 2r = 46, tehát r = 23, ami prím.

2. A háromszög átfogója 10cm. Így a körülírt kör sugara 5cm, hiszen ez a háromszög egy téglalap fele, aminek körülírt körének közepe az átlói felező pontja.
   A beírt kör sugarához felhasználjuk, hogy külső pontból a körhöz húzott érintési szakaszok egyenlők.
   Így 6 + 8 = 10 + 2r egyenletet kapunk, amiből r = 2cm.
   Tehát a beírt kör sugara 2cm, a körülírt köré 5cm.

3. Akinek 3 testvére van, azok négyen vannak testvérek, ilyenből 2 négyes kell, ez 2 anyuka.
   Akinek 2 testvére van, azok hárman vannak testvérek, ilyenből kettő kell, ez is 2 anyuka.
   Akinek 1 testvére utazik vele együtt, azok ketten vannak testvérek, ebből 4 pár kell, ez 4 anyuka.
   A 3 egyke 3 anyukával jött.
   Összesen tehát 2 + 2 + 4 + 3 = 11 anyuka integetett meghatottan.

4. Készítsük el a megfelelő halmazábrát. Ebből látható, hogy 30-cal osztható szám 10db van, 6-tal osztható, de 5-tel nem 40db, 15-tel osztható, de 2-vel nem 10db, 10-zel osztható, de 3-mal nem 20db. Így 2-vel osztható, de 3 és 5-tel nem 80db, 3-mal osztható, de 2 és 5-tel nem 40db, 5-tel osztható, de 2 és 3-mal nem 20db van. Összesen 80 + 40 + 20 = 140 olyan szám van az első 300 pozitív egész szám között, amely a 2, 3, 5 számok közül pontosan az egyikkel osztható.

5. Ha minden csúcsból 6 vonal indul, akkor összesen 21 vonalat (élt és átlót) húztam. Ha minden csúcsból 6 féle színt húztam, akkor egyforma számú vonal van minden színből. De ez lehetetlen, mert a 21 nem osztható hattal.
   Tehát nem lehet egy szabályos 7 szög átlóit és oldalait 6 színnel színezni úgy, hogy minden csúcsból induljon mind a 6 színű szakasz!