Budapesti Általános Iskolák Matematika Versenye
6. osztály
II. forduló
MEGOLDÁSOK

1. feladat: Aladár, Balambér, Csaba, Dorián és Ede között kiosztjuk az a, b, c, d és és e különböző ajándékokat. Mindenki egy ajándékot kap, és Aladár kapja az a-t vagy a b-t, Balambér kapja a b-t vagy a c-t, Csaba kapja a c-t vagy a d-t, Dorián kapja a d-t vagy a e-t, Ede ajándékáról nem tudunk semmit. Hányféleképpen kaphatják meg a srácok az ajándékaikat? *(6 pont)*

1. feladat megoldás:

1. eset: Ha Aladár b-t kapja, akkor Balambér c-t, Csaba d-t, Dorián e-t, Ede a-t. (1 lehetőség.) *(1 pont)*

2. eset: Ha Aladár a-t kapja, akkor Balambér, Csaba és Dorián ajándékozására rendre a (b, c, d), (b, c, e), (b, d, e), (c, d, e) lehetőségek vannak, ez 4 eset. (Ede ajándéka mindig egyértelmű.) *(4 pont)*

Az ajándékozásra összesen $1 + 4 = 5$-féle lehetőség van. *(1 pont)*

2. feladat: Balázs este sokáig nem tudott elaludni, ezért a szembenlevő tízemeletes ház ablakait nézte. Arra lett figyelmes, hogy minden emeleten tíz ablak van, néhányban ég a lámpa, néhányban nem. Unalmában megszámolta a világító ablakokat. Megfigyelte, hogy minden emeleten pontosan ugyanannyi ablakban ég a lámpa. Kicsit később észrevette, hogy néhány emeleten az eddig égő villanyokat lekapcsolták, az eddig sötét ablakokban pedig fény gyulladt. Ekkor újra megszámolta a világító ablakokat, és így már 20-szal kevesebbet számolt, mint előtte. Ezután nem sokkal elaludt, és az ablakokban a fények már nem változtak. Hány ablak világíthatott ekkor? *(6 pont)*

2. feladat megoldás: Minden emeleten ugyanannyi ablak világított, ezért emeletenként ugyanannyival lett kevesebb a világító ablakok száma. A 20 osztói párokba rendezve: 1–20, 2–10, 4 – 5. Meg kell vizsgálni, hogy emeletenként csökkenhet-e ennyivel az ablakok száma. *(1 pont)*

Nem csökkenhetett minden emeleten az ablakok száma 1-gyel, mert nincs 20 emelet és nem csökkenhetett minden emeleten az ablakok száma 20-szal, mert nincs 20 ablak egy emeleten. *(1 pont)*

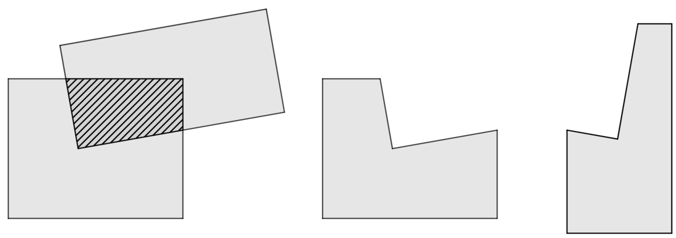
Nem csökkenhetett minden emeleten 5-tel az ablakok száma, mivel minden emeleten 10 ablak van és a világító és nem világító ablakok számának különbsége nem lehet 5 (a különbség csak páros lehet). *(1 pont)*

Ha az átkapcsolás után minden emeleten 2-vel lett kevesebb égő ablak, akkor eredetileg mind a 10 emeleten 6-ban égett a fény, újonnan pedig 4-ben, vagyis összesen 40 ablak világított, amikor Balázs elaludt. *(1 pont)*

Ha mind a 10 emeleten minden ablak világított, majd lekapcsolták, akkor végül $8 \cdot 10 = 80$ világító ablak lett. *(1 pont)*

Ha összesen 5 emeleten lett 4-gyel kevesebb világító ablak, akkor eredetileg ezeken az emeleteken 7 világított, újabban 3, vagyis $5 \cdot 7 + 5 \cdot 3 = 50$ ablakban égett a fény elalváskor. *(1 pont)*

3. feladat: Papírból kivágtunk két téglalapot, az egyik oldalai 4 cm és 5 cm, a másik tégalapé pedig 3 cm és 6 cm hosszúak. Egymásra tettük őket az ábra bal oldalán látható módon. Ezután a közös részüket (az ábrán vonlakkal jelölt részt) mindkét téglalapból kivágtuk, így keletkezett a jobb oldalon látható két alakzat. Ezen két alakzat területe együtt 33 cm^2. Mekkora területű alakzatot vágtunk ki egy-egy téglalapból? Az ábra nem a valódi méreteket tükrözi!

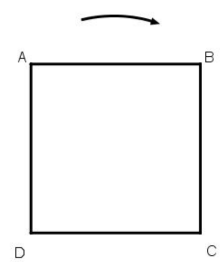


3. feladat megoldás: A két téglalap területének összege $4 \cdot 5 + 3 \cdot 6 = 38\ cm^2$. *(2 pont)*

A mindkét téglalapból kivágott rész területének kétszerese ennek, illetve a maradék területnek különbsége, vagyis $38 - 33 = 5\ (cm^2)$. *(2 pont)*

Tehát az ábrán vonalkázott rész területe, $5 : 2 = 2,5\ cm^2$. *(2 pont)*

4. feladat: Anna, Bea, Cili és Dóri az $ABCD$ négyzet alakú futópályán egyenletes sebességgel futnak körbe, a nyíllal megegyező irányba. Egyszerre indulnak, Anna az A, Bea a B, Cili a C és Dóri a D csúcsból. Bea kétszer, Cili háromszor, Dóri négyszer olyan gyorsan fut, mint Anna. A négyzet melyik csúcsában találkoznak mind a négyen leghamarabb?



4. feladat megoldás: Mivel A amíg egy következő csúcsba fut, addig D négyszer akkora sebességgel a D csúcsba fut. Így csak a D csúcsban találkozhatnak. *(2 pont)*
Vizsgáljuk meg hová jutnak a többiek, amíg A egy-egy következő csúcsba fut.

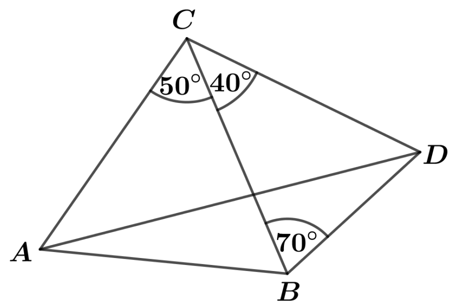
A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A
B	D	B	D	B	D	B	D	B	D	B	D	B	D	B	D	B
C	B	A	D	C	B	A	D	C	B	A	D	C	B	A	D	C
D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D

(3 pont)
Tehát a D csúcsban találkoznak legközelebb. *(1 pont)*

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter, Orosz Gyula, Pereczes Marianna
Lektorálta: Kiss Géza

Ha a szükséges feltétel leírása nélkül megvizsgálja az összes esetet, akkor is kapja meg a teljes pontszámot.

5. feladat: Az ABC egyenlő szárú háromszögben $AC = BC$, továbbá felveszünk a háromszögön kívül egy D pontot. Határozd meg az ABD háromszög szögeinek nagyságát, ha ismertek az ábrán megadott szögek!



(6 pont)

5. feladat megoldás: Az ABC háromszög A, illetve B csúcsánál 65°-os szög van. *(1 pont)*
A CBD háromszög D csúcsánál 70°-os szög van, így ez a háromszög is egyenlő szárú BD alappal. *(1 pont)*
Mivel $AC = BC = DC$, ezért az ADC háromszög is egyenlő szárú AD alappal. Így az A és a D csúcsánál is 45°-os szög van. *(3 pont)*
Tehát az ABD háromszög A csúcsánál 65°-45°=20°-os, B csúcsánál 70°+65°=135°-os, míg a D csúcsánál 70°-45°=25°-os szög van. *(1 pont)*

A feladatokat összeállította: Ádám Réka, Kocsis Szilveszter, Orosz Gyula, Pereczes Marianna
Lektorálta: Kiss Géza