

Budapesti Általános Iskolák Matematika Versenye
6. osztály
I. forduló
MEGOLDÁSOK

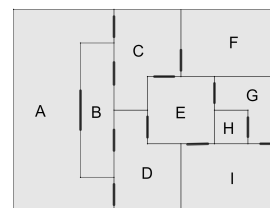
1. feladat: Három testvér egy láda meggyet magozott ki. Mivel kevés volt a hely, egyszerre csak ketten fértek hozzá, viszont mivel senki sem szeretett egyedül dolgozni, mindig pontosan ketten dolgoztak, közben váltották egymást. Az egyikük összesen 10, a másik 7, a harmadik 5 órán át dolgozott, mire végeztek a magozással. Pihenőt nem tartottak. Összesen hány óráig tartott a meggy kimagozása? (6 pont)

1. feladat megoldás: Legyenek rendre A, B és C , akik 10, 7, illetve 5 órát dolgoztak. Hárman együtt $10 + 7 + 5 = 22$ órán keresztül dolgoztak. (3 pont)

Viszont mivel minden időpillanatban pontosan ketten dolgoztak, ezért összesen 11 óra alatt végeztek. (2 pont)
11 óra alatt a feltételeknek megfelelően el is tudják végezni a munkát: 6 órát dolgozott A és B , 4 órát dolgozott A és C , és 1 órát dolgozott B és C . (1 pont)

Csak konstrukcióval megadott 11 óra válasz az összpontszám felét éri. Csak a végeredmény (11 óra) közlése szintén az összpontszám felét éri.

2. feladat: Az ábrán egy múzeum egyik emeletének alaprajza látható, a termeket nagybetűvel jelöltük, a termek közötti ajtókat pedig a vastagabb vonalak jelzik. Egy látogató bejárta az összes termet úgy, hogy minden teremben pontosan egyszer járt és minden ajtón legfeljebb egyszer ment át.



- a) Melyik teremből indulhatott és melyikbe érkezhett?
b) Hányféle úton mehetett?

(6 pont)

2. feladat megoldás: Mivel az F és a H termekbe csak egy ajtó nyílik, ezért a látogató az F-ből indult és a H terembe érkezett, vagy pedig a H-ből indult és az F terembe érkezett. (2 pont)

Ha F-ből indul, onnan csak C-be mehet. C-ből E-be nem mehet, mert onnan az A és B termeket úgy tudja elérni, ha D-n megy be, de ekkor csak úgy tudna I-hez érni, hogy többször is átmegy termeken. Így C-ből vagy A-ba megy, majd B-n keresztül D-be, vagy a B-A-D sorrendet választja. D-ből egyértelműen E-be tud már csak menni, majd I-n keresztül G, végül H. (2 pont)

Tehát a lehetséges útvonalak: FCBADEIGH vagy FCABDEIGH, illetve HGIEDBACF vagy HGIEDABCF. (2 pont)

Ha a versenyző csak az F-ből H-ba, vagy csak a H-ből F-be vezető utakat számolja, de az indoklásokat megfelelően megteszi, akkor 4 pontot kapjon. Indoklás nélküli egy helyes sorrend közléséért 2 pont jár. Indoklás nélküli kettő helyes sorrend közléséért 3 pont jár. Három helyes sorrend 4 pontot ér. Ha indoklás nélkül adja meg mind a négy helyes sorrendet a versenyző, akkor maximális (6) pontot kapjon.

3. feladat: Öt szám átlaga 7,2. Ha egy számot kivesszünk közülük, a maradék négy szám átlaga 7 lesz; míg ha egy másik számot veszünk ki, akkor a maradék négy szám átlaga 6,5. Mennyi lesz a maradék három szám átlaga, ha mindkét előbbi számot kivesszük? *(6 pont)*

3. feladat megoldás: A számok összege $7,2 \cdot 5 = 36$. *(1 pont)*

Ha egy számot kivesszünk, a maradék számok összege $7 \cdot 4 = 28$, így a kivett szám a 8.

(1 pont)

Ha egy másik számot veszünk ki, a maradék számok összege $6,5 \cdot 4 = 26$,

így a másik kivett szám a 10.

(1 pont)

Ha mindkét számot kivesszük, az összeg $36 - (8 + 10) = 18$, a maradék három szám átlaga $18 : 3 = 6$. *(3 pont)*

4. feladat: Egy tanyasi udvaron kacsák, tyúkok és birkák legelésznek. Két és félszer annyi birka van, mint kacska, és másfélszer annyi tyúk van, mint birka. Az állatoknak együtt 156 lábuk van. Hány kacska van a tanyán? *(6 pont)*

4. feladat megoldás: Legyen a kacsák száma k , a birkák száma b , a tyúkok száma t .

Tudjuk, hogy $b = 2,5 \cdot k$, illetve $t = 1,5 \cdot b$. Vagyis a kacsák száma k , a birkák száma $2,5 \cdot k$, a tyúkok száma pedig $2,5 \cdot 1,5 \cdot k = 3,75 \cdot k$. *(2 pont)*

A Lábak száma pedig rendre $2 \cdot k, 10 \cdot k$, illetve $7,5 \cdot k$. *(2 pont)*

Vagyis összesen $19,5 \cdot k = 156$, amiből $k = 8$. Tehát nyolc kacska él a tanyán. *(2 pont)*

Ha a versenyző a megadott arányoknak megfelelően megadja az állatok számát (pl. 4 kacska, 10 birka, 15 tyúk), akkor ezért kettő pontot kapjon. Ha az állatok számával helyesen határozza meg a lábak számát, akkor további egy pontot kapjon. A 8 kacska, 20 birka és 30 tyúk esetén a lábak száma 156. Ez a megoldása, akkor további két pontot kapjon. Több állat esetén a lábak száma is több, így ez az egyetlen megoldás. Ezért a megjegyzésért kapja meg a hatodik pontot.

5. feladat: Egy háromszög egyik szöge egyenlő a másik két szög összegével, továbbá még azt is tudjuk, hogy valamelyik szöge 20 fokkal nagyobb egy másik szögénél.

Mekkorák lehetnek a háromszög szögei?

(6 pont)

5. feladat megoldás: Legyen a három szög α, β, γ , ekkor $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$. Ha pl. $\alpha = \beta + \gamma$, akkor $\alpha = 90^\circ$ (és ez a legnagyobb szög), továbbá $\beta + \gamma = 90^\circ$. *(2 pont)*

1. eset: $\alpha = \beta + 20^\circ$; ekkor $\beta = 70^\circ$ és $\gamma = 20^\circ$.

(2 pont)

2. eset: pl. $\beta = \gamma + 20^\circ$; ekkor $\beta = 55^\circ$ és $\gamma = 35^\circ$.

(2 pont)