

Budapesti Általános Iskolások Matematika Versenye
5. osztály
Döntő forduló
MEGOLDÁSOK

A feladatokra általában többféle megoldás adható,
az útmutatóban közölt megoldást és pontozást iránymutatónak szánjuk.
A részpontszámok minden esetben bonthatók,
a részletes pontozás a javító tanár szakmai döntésének eredménye.

1. feladat: Egy tepsi süteményt felvágunk téglalap alakú darabokra. Először a tepsi két szemközti oldalával párhuzamosan vágunk néhányat, majd az eddigi vágásirányra merőlegesen, a tepsi másik két oldalával párhuzamosan vágunk néhányat. Összesen 13 vágást ejtettünk. Keletkezhet-e a vágások után

a) 45;

b) 50 darab sütemény?

(6 pont)

1. feladat megoldás: (Ha egy irányba vágunk csak, akkor 14 szelet keletkezik.) Ha az egyik irányba 1, a másik irányba 12 vágást ejtünk, akkor $2 \cdot 13 = 26$ darab süti keletkezik. (1 pont)

2 és 11 vágás esetén 36 darab süti

3 és 10 vágás esetén 44 darab süti

4 és 9 vágással 50 darab süti

5 és 8 vágással 54 darab süti

6 és 7 vágással 56 darab süti

Így 45 darab nem keletkezhet

50 darab keletkezhet

(3 pont)

(1 pont)

(1 pont)

2. feladat: Három testvér közül a középső 11 éves, a legidősebb ötször olyan idős, mint a legfiatalabb. A három testvér együttes életkora eggyel kevesebb, mint amennyi idős lesz a legidősebb akkor, ha kétszer olyan idős lesz, mint jelenleg. Hány évesek a testvérek? (6 pont)

2. feladat megoldás: A legfiatalabb és a középső életkorának összegénél 1-gyel idősebb a legidősebb testvér, azaz a legfiatalabbnál 12 évvel idősebb. (3 pont)

Tehát a legfiatalabb életkorának négyszerese 12. (1 pont)

Így a legfiatalabb 3 éves. (1 pont)

A testvérek 3, 11 és 15 évesek. (1 pont)

(1 pont)

(1 pont)

3. feladat: Egy gyerekzsúron egy négyszemélyes asztalhoz Anna, Bori, Cili és Dóri ült le. Tudjuk, hogy a négy lány között pontosan három ismeretség van. Hányféleképpen lehetséges ez? (Feltételezhetjük, hogy az "ismeretség" kölcsönös; ha például Anna ismeri Borit, akkor Bori is ismeri Annát, és így kapunk egy ismeretséget.) (6 pont)

3. feladat első megoldás: Egy lány szerepel mind a három ismeretségben: AB, AC és AD . Ez négy lehetőség. (1 pont)

Három gyerek mindegyike 2 ismeretségben szerepel: pl: AB, BC és CA . Ez is négy lehetőség, mert 4 lány maradhat ki. (2 pont)

Két lány két ismeretségben és két lány egy-egy ismeretségben szerepel: pl: AB, BC és CD Ilyenből 12 lehetőség van, mert AB vagy AC vagy AD vagy BC vagy BD vagy CD lehet akinek kettő ismeretsége van és minden ilyenhez kétféle ismeretség tartozik. (pl.: AB -hez AC és BD vagy AD és BC .) (2 pont)

Így összesen $4 + 4 + 12 = 20$ lehetőség van. (1 pont)

Más fajta nem lehet. (Természetesen, ha rajzzal jelenítik meg a lehetőségeket, akkor is jár a megfelelő pont.)

3. feladat második megoldás: A négy lány közötti lehetséges ismerettségek száma 6. (1 pont)

Ebből a hat lehetséges ismerettségből kell kiválasztanunk pontosan 3-at. (1 pont)

Ezt megtehetjük $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ féleképpen, ha a sorrendjüket is figyelembe vesszük. (2 pont)

Viszont a sorrend nem számít, így le kell osztani a 3 kiválasztott ismerettség $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ féle sorrendjével. (1 pont)

Így a végeredményében $\frac{120}{6} = 20$ féleképpen lehetséges. (1 pont)

(Ez persze a $\binom{6}{3} = 20$ -al egyenlő.)

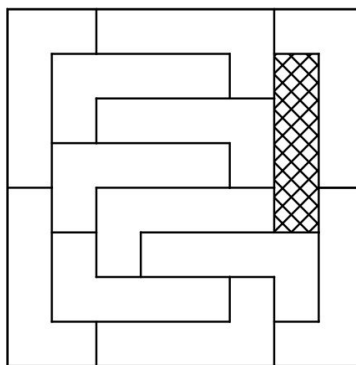
4. feladat: Egy 8×8 -as méretű sakktáblára az ábrán látható 5 egységnégyzetből álló L alakzatokat helyezzünk el úgy, hogy egy-egy alakzat mindig a sakktábla 5 mezőjét fedje le. Az alakzatokat bárhogyan elforgathatjuk, tükrözhethetjük de az elhelyezés során egymást még részben sem fedhetik, és ki sem lóghatnak a tábláról. Legfeljebb hány alakzat tehető a táblára?



(6 pont)

4. feladat megoldás: $64 : 5 = 12$, maradék a 4. Tehát legfeljebb 12 alakzat tehető a táblára. (1 pont)

És ez meg is valósítható. Egy helyes ábra: (5 pont)



(Megjegyzés: 11 alakzat lehelyezésére 4 pont adható. 10 alakzat lehelyezésére 3 pont, 9 alakzat lehelyezésére 2 pont, 8 alakzatért 1 pont adható.)

5. feladat: A padlason találtam egy régi számológépet, amibe új korában 3 számkártyát és két műveletkártyát lehet betenni. A két műveletkártya bármelyike lehet összeadás, kivonás, szorzás, osztás, akár mindkettő lehet ugyanaz is. A gép úgy működik, hogy az elsőnek berakott két számon elvégzi az első műveletet, majd a kapott eredményen és a harmadik számon a második műveletet.

Sajnos a két műveletkártya teljesen beragadt a gépbe, és azt se látjuk, mik lehetnek. Kísérletként beraktam a 8, 4, 2 kártyákat, és eredményként 6-ot kaptam. Majd a 16, 4, 2 kártyákkal 10-et írt ki. Ennyi alapján meg tudjuk állapítani, hogy mi lehet a két beragadt műveletkártya? *(6 pont)*

5. feladat megoldás: $8 - 4 + 2 = 6$ és $16 - 4 + 2$ nem 10, tehát a kivonás, majd összeadás nem lehet a két művelet. *(2 pont)*

$(8 + 4) : 2 = 6$ és $(16 + 4) : 2 = 10$, tehát az összeadás majd osztás lehet a két művelet. *(2 pont)*

A 8, 4, 2-vel máshogyan nem jöhet ki a 6 *(2 pont)*