

Pálmay Lóránt Matematikai Tehetségkutató Verseny
2025. január 9.

A feladatok megoldása

1. feladat. Zoli és Géza sakkoztak. A győztes minden megnyert partiért az ellenféltől egy ezüstpénzt kapott. A játék végén megállapították, hogy Zoli 4 partit megnyert, míg Géza összesen 7 ezüstpénz nyereséggel végzett. Hány partit játszottak, ha nem volt közöttük döntetlen mérkőzés? **(6 pont)**

Megoldás:

Ha Zoli megnyert 4 partit, akkor Géza adott neki 4 ezüstpénzt. 2 pont

Ha Géza nyeresége 7 ezüstpénz, akkor Zoli adott Gézának 11 ezüstpénzt. 2 pont

Tehát Géza 11 partit nyert meg. 1 pont

Összesen $4+11=15$ partit játszottak. 1 pont

***megjegyzés:** Ha a versenyző arra a hibás következtetésre jut, hogy Géza 7 partit nyert, és ezért a $4 + 7 = 11$ választ adja, akkor arra 3 pontot kapjon.*

Összesen: 6 pont

2. feladat. Zsófinak 4550 Ft zsebpénze van erre a hónapra. Kedvenc palackos üdítójét 350 Ft-ért árulják, de ebből 50 Ft a palack ára, amely visszaváltható. Legfeljebb hány üdítőt tud vásárolni Zsófi a hónap folyamán? **(8 pont)**

1. Megoldás:

Ha a palack nem lenne visszaváltható, akkor $4550 : 350 = 13$ üdítőt vásárolhatna. 1 pont

Ha visszaváltja a palackokat, akkor $13 \cdot 50 = 650$ Ft-ot kap vissza, 1 pont

ebből 1 db új üdítőt tud venni, és még marad 300 Ft -ja. 2 pont

Amikor visszaváltja a legutolsó palackot is, akkor kap 50 Ft-ot, 1 pont

Ezzel együtt már $300 + 50 = 350$ Ft -ja lesz, amiből vehet még egy üdítőt, de az ezért visszakapott 50 Ft-ból már nem teli többre. 2 pont

Összesen tehát $13 + 1 + 1 = 15$ db üdítőt vásárolhat a hónap során. 1 pont

2. Megoldás

A palackos üdítő ára 350 Ft, de ebből 50 Ft visszajár, ezért az üdítő 300 Ft-ba kerül. 4 pont

Ezért Zsófi a zsebpénzéből $4550 : 300 = 15$ db üdítőt tud venni, 2 pont

és a maradék 50 Ft, ezért az utolsó palackos üdítőt is ki tudja fizetni. 2 pont

Összesen: 8 pont

3. feladat. Nagymama szilveszter napján délután négykor meggyújtott két gyertyát. A fehér gyertya 25 cm magas, és 20 óra alatt ég el, a piros gyertya pedig 11 óra alatt ég el. A gyertyák egyenletesen égnek. Éjfélkor, amikor a gyertyákat elfújta, a két gyertya egyforma magas volt. Hány cm magas volt a piros gyertya, amikor a nagymama meggyújtotta?

(10 pont)

Megoldás:

Mindkét gyertya 8 órát égett délután 4-től éjfélig. 1 pont

Ha a fehér gyertya 20 óra alatt ég 25 cm-t, akkor 4 óra alatt ennek az $\frac{1}{5}$ része, 8 óra alatt pedig a $\frac{2}{5}$ része ég el. Ez $25 \cdot \frac{2}{5} = 10$. Maradt 15 cm. 3 pont

Mivel a gyertyák egyformák voltak éjféltkor, így a piros gyertyából is 15 cm maradt. 1 pont

A piros gyertya összesen 11 óra alatt ég el, így a maradék 15 cm –nek $11 - 8 = 3$ óra alatt kell elégnie. 3 pont

Vagyis a piros gyertya óránként $\frac{15 \text{ cm}}{3} = 5 \text{ cm}$ -t ég. 1 pont

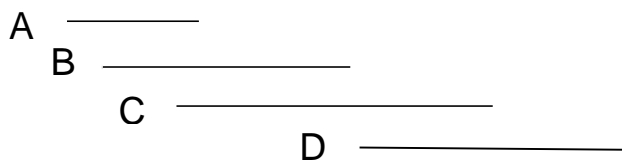
Összesen $11 \cdot 5 \text{ cm} = 55 \text{ cm}$ hosszú volt. 1 pont

Összesen: 10 pont

4. feladat. Négy jó barát: Anna, Béla, Cili és Dezső egy nap ugyanazzal a vonattal utazott. Anna 1, Béla és Dezső 2-2, Cili pedig 3 órát töltött a vonaton. Anna szállt fel először Budapesten, majd valahol útközben csatlakozott hozzá Béla. Cili éppen akkor szállt fel, amikor Anna leszállt. Béla azon az állomáson szállt le, ahol Dezső felszállt. Dezső és Cili egy darabig még együtt utaztak, majd Cili is leszállt, és Dezső egyedül utazott tovább Balatonfüredig. Anna és Dezső összesen 1,5 órát töltött el barátai nélkül a vonaton. Mennyi idő telt el Anna Budapesti indulásától Dezső Balatonfüredi érkezéséig? **(10 pont)**

1. Megoldás:

Ábrázoljuk a megoldást pl. az alábbi módon, ahol a szakaszok az egyes gyerekek által vonaton töltött időt szemléltetik:



1 pont

Ha a négy barát közül semelyik kettő nem utazott volna egyszerre a vonaton, akkor összesen $1 + 2 + 2 + 3 = 8$ órát utaztak volna. 1 pont

Vegyük el ebből az Anna és Dezső által egyedül töltött időt: $8 - 1,5 = 6,5$ óra. 1 pont

Mivel az egyedüli utazási időt leszámítva mindig pontosan két gyerek utazott egyszerre a vonaton, ezért a fent kiszámított 6,5 órában minden olyan időintervallum kétszer szerepel, amikor pontosan két gyerek utazott együtt. 3 pont

Tehát Béla felszállásától Cili leszállásáig összesen $6,5 : 2 = 3,25$ óra telt el. 2 pont

Így összesen Anna budapesti felszállásától Dénes balatonfüredi érkezéséig $3,25 + 1,5 = 3,75$ óra, vagyis 3 óra és 45 perc telt el. 1 pont

Ez lehetséges a következő módon: Anna 45 percet utazik egyedül, majd 15 percet Bélával együtt. Anna ekkor leszáll, Cili felszáll. Béla utazik tovább Cilivel együtt 1 óra 45 percet, majd leszáll Béla és felszáll Dezső. Dezső és Cili utazik tovább együtt 1 óra 15 percet, majd Cili leszáll, és Dezső még utazik 45 percen keresztül. 1 pont

megjegyzés: Az első pont akkor is jár, ha a versenyző nem rajzol, de lényegében jó gondolatmenettel megoldja a feladatot.

Összesen: 10 pont

2. Megoldás:

Anna és Cili is 4 órát utazik együtt megszakítás nélkül, valamint Béla és Dezső is. 4 pont
Tehát Anna és Dezső is ugyanannyi időt fog egyedül utazni, mert ez a vonaton egyedül töltött idő a 4 óra és a két 4 órás időintervallum közös részének a különbsége. 4 pont
Tehát Anna is és Dezső is 45 percet töltenek egyedül a vonaton, az egész utazás időtartama pedig 4 óra 45 perc. 2 pont

5. feladat. Anyuka az üzletből egy nagy doboz kockacukrot hozott haza. A téglatest alakú doboz minden éle mentén legalább 5 kockacukor fért el. Tóbiás az éjszaka folyamán felbontotta, és elcsente a felső réteget, azaz 154 darab kockacukrot. Később az öccse osont ki, és ő az „oldalsó réteget” vette el, így 110 kockacukrot zsákmányolt. A nagy zajra a húguk, Lotti is felébredt, és az „elülső rétegben” lévő cukrokat szerezte meg. Hány cukrot szerzett Lotti? Hány kockacukor maradhatott reggelre a dobozban? **(13 pont)**

Megoldás:

Eredetileg a doboz $a \cdot b \cdot c$ darab kockacukrot tartalmazott, ahol a , b és c 4-nél nagyobb egész számok. Amikor Tóbiás elveszi a felső réteget, akkor $a \cdot b$ db kockacukrot vesz el, ami éppen 154 darab. 1 pont

$154 = 2 \cdot 7 \cdot 11$, ezt kell két egész szám szorzatára bontani, ahol a két egész szám nagyobb mint 4. Ezt kétféleképpen tehetjük meg, hiszen a 2-t kell valamelyik másik prímmel párosítani. 1 pont

I. $14 \cdot 11$

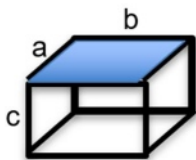
II. $7 \cdot 22$

2 pont

Ezek az eredeti téglatest egy-egy élének hosszát is megadják egyben.

I. $a=11$ és $b=14$

II. $a=22$ és $b=7$



Amikor az öccse veszi el az oldalsó réteget, ami 110 darab kockacukor, akkor mivel a felső réteg már hiányzik, ezért $(c-1) \cdot a$ vagy $(c-1) \cdot b$ cukrot fog elvenni. 1 pont

110 nem osztható 14-gyel, illetve 7-tel sem, de 11-gyel és 22-vel igen. 1 pont

Így a következő esetek adódnak:

I. $110 = 11 \cdot 10$, azaz $a=11$ és $(c-1)=10$, amiből következik, hogy $c=11$

II. $110 = 22 \cdot 5$, azaz $a=22$ és $(c-1)=5$, amiből tudjuk, hogy $c=6$

2 pont

A kockacukros doboz méretei tehát

I. 11; 14; 11

II. 22; 7; 6

1 pont

Tóbiás húga, Lotti tehát $(b-1) \cdot (c-1)$, vagyis

I. $10 \cdot 13 = 130$ darab kockacukrot vett el

II. $6 \cdot 5 = 30$ darab kockacukrot vett el

2 pont

A dobozban összesen, ha levesszük a felső, oldalsó és elülső réteget akkor

I. $10 \cdot 13 \cdot 10 = 1300$ darab kockacukor marad

II. $21 \cdot 6 \cdot 5 = 630$ darab kockacukor marad

2 pont

Összesen: 13 pont

megjegyzés: Ha a diák csak 1 megoldást talál meg, akkor legfeljebb 9 pontot kaphat.

6. feladat. Az ábrán látható módon egységnyi oldalú szabályos háromszögekből egy rácsot készítettünk. Rajzolj a rácsba két olyan sokszöget, melyeknek csúcsai csak rácspontok lehetnek, oldalai pedig csak a rácsvonalakon futhatnak!

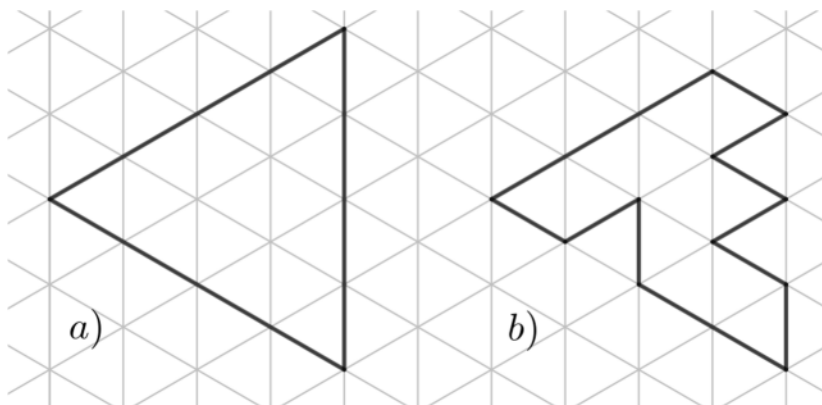


- a) Az első sokszög 16 kis háromszögből álljon, és a kerülete 12 egység legyen.
b) A második sokszög 12 kis háromszögből álljon, és a kerülete 14 egység legyen. **(13 pont)**

Megoldás:

- a) Egy 4 egység oldalú szabályos (egyenlő oldalú) háromszög 16 kis háromszögből áll. Ez pl. egy jó alakzat.
Ha a rajzolt alakzatra az egyik feltétel teljesül. 2 pont
Ha a másik feltétel is teljesül. 4 pont
- b) Ha a csúcsnál elveszünk egy háromszöget, és az oldalak mentén (nem csúcsnál) elveszünk 3 háromszöget, akkor pl. megfelelő alakzatot kapunk.
Ha a rajzolt alakzatra az egyik feltétel teljesül. 2 pont
Ha a másik feltétel is teljesül. 5 pont

megjegyzés: Járjon részpont azért, ha nem lesz jó alakzata, de leírja, hogy a háromszögek számának változtatásával hogyan változhat a terület.



Összesen: 13 pont

Maximális pontszám: 60 pont